PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 4. 15. Februar 1911. Redaktionsschluß für No. 5 am 18. Februar 1911. 12. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

M. K. Grober, Zur Theorie der Dämpfung bei Hertzschen Wellen. S. 121.

F. Kock, Lichtbogengenerator für Laboratoriumszwecke. S. 124.

Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der National-Universität La Plata (Argentinien):

Nr. 2: E. u. M. Bose, Über die Turbulenzreibung verschiedener Flüssigkeiten. S. 126.

E. Regener, Über Ladungsbestimmungen an Metallteilchen. S. 135.

Bericht über den Internationalen Kongreß für Radiologie und Elektrizität zu Brüssel vom 13.—15. September 1910.

1. **Aus der Sektion für Radiologie:**

O. Hahn, Nomenklatur und Radiumstandard. S. 141.

S. Loewenthal, Über Meßmethoden und Einheiten in der biologischen Radiumforschung. S. 143.

L. Meitner, Vorträge aus dem Gebiet der Radioaktivität. S. 147.

2. **Aus der Sektion für Elektrizität:**

F. Richarz, Über den Magnetismus von Legierungen. S. 151.

A. Sommerfeld, Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie. Einfluß der Bodenbeschaffenheit auf gerichtete und ungerichtete Wellenzüge. S. 158.

Besprechungen:

F. Dingeldey, Sammlung von Aufgaben zur Anwendung der Differential- und Integralrechnung. I. S. 159.

W. Wagner, Der Lichtbogen als Wechselstromerzeuger. S. 159.

K. Baedeker, Die elektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern. S. 159.

Berichtigung. S. 160.

Tagesereignisse. S. 160.

Personalien. S. 160.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Theorie der Dämpfung bei Hertzschen Wellen[1].

Von Max Karl Grober.

In seiner Arbeit „Über Messung der Dämpfung in elektrischen Schwingungskreisen“[2] geht K. E. F. Schmidt von der Überlegung aus, daß die theoretisch für verschiedene Dämpfungswerte berechneten Resonanzkurven bestimmte Größen ergeben, die, tabellarisch oder graphisch aufgetragen, gestatten, durch einfache Messungen aus den experimentell ermittelten die Größe des logarithmischen Dekrementes zu finden. Die dort ermittelten Kurven sind durch bestimmte Vernachlässigungen, die besonders bei kleinen Dekrementen ins Gewicht zu fallen scheinen, wesentlich vereinfacht worden. Deshalb habe ich die Integration der Differentialgleichung streng durchgeführt und dann die Integrale numerisch ausgewertet.

Die Differentialgleichung der elektrischen Schwingungen mit der bei Schmidt l. c. angegebenen Bedeutung der benutzten Zeichen lautet:

$$L_{22}\cdot\frac{d^2 i_2}{dt^2}+w_2\cdot\frac{di_2}{dt}+\frac{i_2}{C_2}=-L_{12}(-\delta_1+\nu_1 j)^2 J_1 e^{\nu_1 j t}\cdot e^{-\delta_1 t}.$$

Setzt man nacheinander

$$\delta_1^2-\nu_1^2=\sigma\cos\chi$$
$$2\delta_1\nu_1=\sigma\sin\chi$$
$$\frac{w_2}{2L_{22}}=\delta_2$$
$$\frac{1}{L_{22}C_2}=\nu_2^2+\delta_2^2$$
$$\nu_2^2-\nu_1^2+(\delta_2-\delta_1)^2=\varrho\cos\psi$$
$$2\nu_1(\delta_2-\delta_1)=\varrho\sin\psi,$$

so wird, unter Hinzunahme der Anfangsbedingungen, nämlich daß für

$$t=0$$
$$i_2=\frac{di_2}{dt}=0 \text{ ist,}$$

$$i_2=-J_1\Big\{e^{-\delta_2 t}\Big[-\cos(\chi+\psi)\cos\nu_2 t+\Big(\frac{\delta_1-\delta_2}{\nu_2}\cos(\chi+\psi)-\frac{\nu_1}{\nu_2}\sin(\chi+\psi)\Big)\sin\nu_2 t\Big]+e^{-\delta_1 t}\cos(\nu_1 t-\chi-\psi)\Big\}\frac{L_{12}}{L_{22}}\cdot\frac{\sigma}{\varrho}.$$

Setzt man nun noch

$$\frac{\delta_1-\delta_2}{\nu_2}\cos(\chi+\psi)-\frac{\nu_1}{\nu_2}\sin(\chi+\psi)=P\cos\mu$$
$$\cos(\chi+\psi)=P\sin\mu,$$

so wird

$$i_2=-J_1\cdot\frac{L_{12}}{L_{22}}\cdot\frac{\sigma}{\varrho}\left[e^{-\delta_2 t}P\sin(\nu_2 t-\mu)+e^{-\delta_1 t}\cos(\nu_1 t-\chi-\psi)\right]$$

und somit die Wärmemenge, die durch i_2 im Meßinstrument erzeugt wird,

1) Umarbeitung der: Mitteilungen der physikalischen Versuchsstation Halle-Cröllwitz Nr. 20. Grober, Beiträge zur Theorie der Resonanzkurven.

2) K. E. F. Schmidt, diese Zeitschr. **9**, 13, 1908.

$$Q = c\int_0^\infty i_2^2\,dt$$

$$= c\,J_1^2\cdot\frac{L_{12}^2}{L_{22}^2}\cdot\frac{\sigma^2}{\varrho^2}\Big[P^2\int_0^\infty e^{-2\delta_1 t}\sin^2(\nu_2 t-\mu)\,dt + 2P\int_0^\infty e^{-(\delta_1+\delta_2)t}\sin(\nu_2 t-\mu)\cos(\nu_1 t-\chi-\psi)\,dt$$

$$+\int_0^\infty e^{-2\delta_1 t}\cos^2(\nu_1 t-\chi-\psi)\,dt\Big]$$

$$= [Q_1+Q_2+Q_3]\cdot c\cdot J_1\cdot\frac{L_{12}^2}{L_{22}^2}\,.$$

Es ergibt sich durch Substitution von

$$\nu_2 t-\mu = x$$
$$\nu_2\,dt = dx$$

$$Q_1 = \nu_2\frac{P^2\sigma^2}{\varrho^2}\int_{-\mu}^{\infty} e^{-2\delta_2\left(\frac{x+\mu}{\nu_2}\right)}\sin^2 x\,dx$$

$$= \nu_2\cdot\frac{P^2\sigma^2}{\varrho^2}\cdot e^{-2\delta_2\cdot\frac{\mu}{\nu_2}}\int_{-\mu}^{\infty} e^{-\frac{2\delta_2}{\nu_2}x}\sin^2 x\,dx$$

$$= \nu_2\cdot\frac{P^2\sigma^2}{\varrho^2}\cdot e^{-2\delta_2\cdot\frac{\mu}{\nu_2}}\left|\frac{-\frac{2\delta_2}{\nu_2}\cdot\sin x-2\cos x}{\left(\frac{2\delta_2}{\nu_2}\right)^2+4}\cdot e^{-\frac{2\delta_2}{\nu_2}x}\sin x+\frac{2}{\left(\frac{2\delta_2}{\nu_2}\right)^2+4}\cdot\frac{1}{\frac{2\delta_2}{\nu_2}}\cdot e^{-\frac{2\delta_2}{\nu_2}x}\right|_{-\mu}^{\infty}$$

$$= -\nu_2\cdot\frac{P^2\sigma^2}{\varrho^2}\cdot e^{-2\delta_2\frac{\mu}{\nu_2}}\left\{\frac{-\frac{2\delta_2}{\nu_2}\sin(-\mu)-2\cos(-\mu)}{4\delta_2^2+4\nu_2^2}\cdot e^{+\frac{2\delta_2}{\nu_2}\mu}\cdot\sin(-\mu)+\frac{2\nu_2^2}{4\delta_2^2+4\nu_2^2}\cdot\frac{-\nu_2}{2\delta_2}\cdot e^{+\frac{2\delta_2}{\nu_2}\mu}\right\}$$

$$= \frac{P^2\sigma^2}{\varrho^2}\left(\frac{2\delta_2\sin\mu-2\nu_2\cos\mu}{4(\delta_2^2+\nu_2^2)}\sin\mu+\frac{\nu_2^2}{2(\delta_2^2+\nu_2^2)}\cdot\frac{1}{2\delta_2}\right)$$

Nun war

$$\sin\mu = \frac{\cos(\chi+\psi)}{P} = \frac{\cos\chi\cos\psi-\sin\chi\sin\psi}{P}$$

$$= \frac{(\delta_1^2-\nu_1^2)\{\nu_2^2-\nu_1^2+(\delta_2-\delta_1)^2\}-2\delta_1\nu_1\cdot 2\nu_1(\delta_2-\delta_1)}{P\cdot\varrho\cdot\sigma}$$

$$= \frac{A}{P\cdot\varrho\cdot\sigma}.$$

Analog

$$\cos\mu = \frac{(\delta_1-\delta_2)A-2\nu_1^2 B}{P\cdot\varrho\cdot\sigma\cdot\nu_2}$$

und

$$P = \frac{A^2(\nu_2^2+(\delta_1-\delta_2)^2)+4\nu_1^4B^2-4(\delta_1-\delta_2)\nu_1^2AB}{\varrho^2\cdot\sigma^2\cdot\nu_2^2},$$

wobei

$$A = (\delta_1^2-\nu_1^2)\{\nu_2^2-\nu_1^2+(\delta_2-\delta_1)^2\}-4\delta_1\nu_1^2(\delta_2-\delta_1)$$
$$B = \delta_1\{\nu_2^2-\nu_1^2+(\delta_2-\delta_1)^2\}+(\delta_1^2-\nu_1^2)(\delta_2-\delta_1)\ \text{sind.}$$

Dann ergibt sich

$$Q_1 = \frac{1}{4\varrho^4\delta_2(\delta_2^2+\nu_2^2)}\{A^2(5\delta_2^2-4\delta_1\delta_2+\delta_1^2+\nu_2^2)+4\nu_1^2(2\delta_2-\delta_1)AB+4\nu_1^4B^2\}.$$

Ebenso findet man

$$Q_3 = \frac{1}{\varrho^4}\cdot\frac{\delta_1A^2+2\nu_1^2AB}{2(\delta_1^2+\nu_1^2)}+\frac{\nu_1^2(\delta_1^2+\nu_1^2)}{4\delta_1\varrho^2}.$$

Q_2 wird erst trigonometrisch umgeformt und gibt

$$= \frac{P\sigma^2}{\varrho^2}\left[\frac{-(\delta_1+\delta_2)\sin(\mu+\chi+\psi)+(\nu_1+\nu_2)\cos(\mu+\chi+\psi)}{(\delta_1+\delta_2)^2+(\nu_1+\nu_2)^2}\right.$$
$$\left.+\frac{(\delta_1+\delta_2)\sin(\chi+\psi-\mu)+(\nu_2-\nu_1)\cos(\chi+\psi-\mu)}{(\delta_1+\delta_2)^2+(\nu_2-\nu_1)^2}\right].$$

Setzt man dann ein

$$\sin(\mu+\chi+\psi) = \frac{\nu_2 A^2 + 2\nu_1(\delta_1-\delta_2)AB - 4\nu_1^3 B^2}{P\nu_2\varrho^2\sigma^2}$$
$$\cos(\mu+\chi+\psi) = \frac{A^2(\delta_1-\delta_2) - 2\nu_1(\nu_1+\nu_2)AB}{P\nu_2\varrho^2\sigma^2}$$
$$\sin(\chi+\psi-\mu) = \frac{2\nu_1(\delta_1-\delta_2)AB - \nu_2 A^2 - 4\nu_1^3 B^2}{P\nu_2\varrho^2\cdot\sigma^2}$$
$$\cos(\chi+\psi-\mu) = \frac{A^2(\delta_1-\delta_2) + 2\nu_1(\nu_2-\nu_1)AB}{P\cdot\nu_2\cdot\varrho^2\cdot\sigma^2},$$

so wird

$$Q_2 = \frac{(\nu_1+\nu_2)[A^2(\delta_1-\delta_2) - 2\nu_1(\nu_1+\nu_2)AB] - (\delta_1+\delta_2)[A^2\nu_2 + 2\nu_1(\delta_1-\delta_2)AB - 4\nu_1^3B^2]}{\varrho^4\nu_2[(\delta_1+\delta_2)^2+(\nu_1+\nu_2)^2]}$$
$$+\frac{(\delta_1+\delta_2)[2\nu_1(\delta_1-\delta_2)AB - \nu_2A^2 - 4\nu_1^3B^2] + (\nu_2-\nu_1)[A^2(\delta_1-\delta_2) + 2\nu_1(\nu_2-\nu_1)A\cdot B]}{\varrho^4\nu_2[(\delta_1+\delta_2)^2+(\nu_2-\nu_1)^2]}.$$

Diese Integrale sind nun ausgewertet für für $\delta_1 = 100000,\ 50000,\ 10000,\ 8000,\ 1000$ und $\delta_2 = 5500$ in der Nähe des Isochronitätspunktes für $\frac{\nu_2}{\nu_1} = 1 \pm \varepsilon$, wenn $|\varepsilon| < 0{,}1$ ist.

Die Zahlenrechnungen ergeben große Tabellen. In Fig. 1 sind die berechneten Kur-

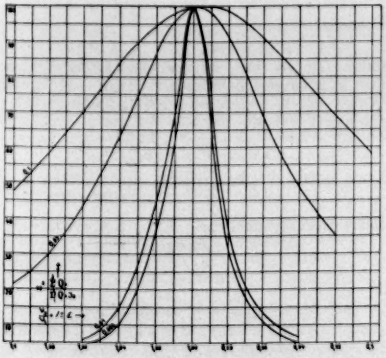

Fig. 1.

ven graphisch dargestellt nach Reduktion von $\sum_1^3 n\, Q_n : \sum_1^3 n_n \gamma_n$ (wobei $Q_{n\gamma_n}$ die Werte für Q_n im Isochronitätspunkt bedeutet) für $\varepsilon = 0$ auf 100. Trägt man die entsprechenden Breiten dieser Kurven als Abszissen, die zugehörigen $\delta_1 \cdot \nu_1^{-1}$ als Ordinaten, so erhält man die in Fig. 2 dar-

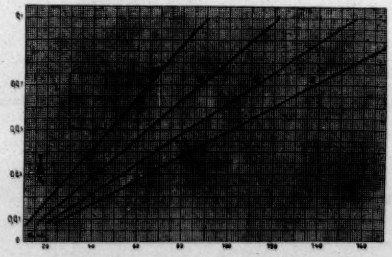

Fig. 2.

gestellten Dämpfungsgeraden. Diese gehen nicht durch den Koordinatenanfangspunkt der $(\delta \cdot a)$ Ebene, sondern sie schneiden mit positiven a-Werten die Gerade $\delta_1 = 0$ und treffen für $\delta_1 \sim -5500$ sich in einem Punkte der Geraden $a = 0$.

Betrachten wir nun zunächst die älteren graphischen Methoden zur Bestimmung der Dämpfung. In der Arbeit: „Elektrische Resonanz“[1]) bestimmt Bjerknes die Gleichung der Resonanzkurve als Kurve dritter Ordnung und erhält dann für

$$\omega = \frac{\mathfrak{d}_1+\mathfrak{d}_2}{2} = \frac{\pi}{X}\sqrt{\frac{a\cdot b\cdot c}{d}}.$$

(Die Bedeutung der Buchstaben ergibt sich aus der Fig. 3.) Es ist

$$a = X - x_1$$
$$b = x_2 - X$$

1) Wied. Ann. **44**, 74, 513, 1891; **55**, 121, 1895.

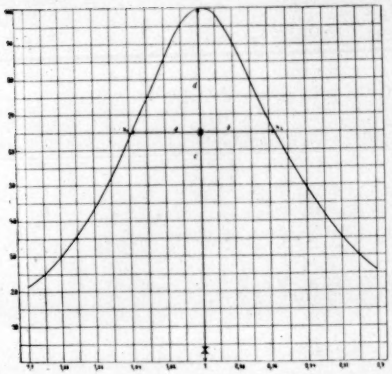

Fig. 3.

also wird

$$\omega = \pi \sqrt{\left(1 - \frac{x_1}{X}\right)\left(\frac{x_2}{X} - 1\right)} \frac{c}{d}$$

$$= \pi \sqrt{\left(1 - \frac{\nu_R}{\nu_1}\right)\left(\frac{\nu_R}{\nu_2} - 1\right)} \frac{c}{d}$$

und bei der Annahme $\nu_R = \nu_{\gamma_2}$

$$= \pi \sqrt{\varepsilon\,\varepsilon'} \frac{c}{d} \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon + \varepsilon' + \varepsilon\,\varepsilon'}}$$

$$\sim \pi \sqrt{\varepsilon\,\varepsilon'} \frac{c}{a}, \text{ da } \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon + \varepsilon' + \varepsilon}},$$

nahezu 1 ist. Führt man an Stelle des geometrischen Mittels der Größen $\varepsilon_1 \varepsilon'$ das arithmetische

$$x = \frac{\varepsilon + \varepsilon'}{2}$$

ein und setzt

$$c + d = 1$$
$$c = y$$
$$d = 1 - y, \text{ so wird}$$

$$2\omega = \mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 2\pi x \sqrt{\frac{1}{1 - y}} = A \cdot x.$$

In der $(\mathfrak{d}\,x)$ Ebene stellt dies eine Gerade dar, die durch den Koordinatenanfangspunkt geht. Es stimmt dieses mit obigem überein, da obige (δa) Ebene gegen die $(\mathfrak{d}\,x)$ Ebene in der Richtung der δ verschoben ist, denn obige Geraden ergeben δ_2, diese $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$.

Vergleicht man nunmehr die Richtungen der Dämpfungsgeraden, so verhalten sich diese in dem berechneten Intervall

$$0{,}01 < \delta_1 \nu_1^{-1} < 0{,}1$$

wie die entsprechenden A-Werte bei Zenneck (Drahtlose Telegraphie S. 1008), die ja Richtungskoeffizienten der Linien

$$\omega = A \cdot x$$

in der $(\omega \cdot x)$ Ebene sind. Bestimmt man noch eine dieser Dämpfungslinien vollständig in der Ebene, so ergibt sich eine Maximaldifferenz bis $2\,^0/_0$ von den Zenneckschen Dämpfungswerten gegen die hier angegebenen. Gegen die Bjerknesschen Werte weichen obige Angaben ebensowenig ab, wie ja aus dem Cauchyschen Mittelwertsatz folgt. Der Unterschied gegen K. E. F. Schmidt ist aus den vergleichenden Dekrementtafeln (Fig. 4) zu ersehen.

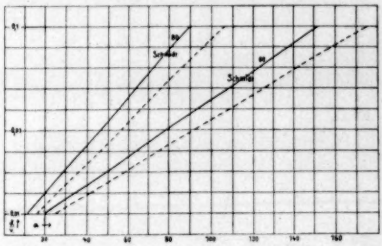

Fig. 4.

Zusammenfassung.

Die Arbeit gibt eine streng durchgeführte Integration der Differentialgleichung des Schwingungsproblemes für eine erzwungene Schwingung und die Eigenschwingung.

Die numerische Auswertung führt zu neuen Dekrementtafeln.

Eine Vergleichung mit den anderen Methoden zeigt, daß die Bjerknessche Methode der Dämpfungsbestimmung trotz der großen Vernachlässigungen einwandfreie Resultate liefert.

Berlin-Charlottenburg.

(Eingegangen 25. Januar 1911.)

Lichtbogengenerator für Laboratoriumszwecke.

Von F. Kock.

Bei Messungen mit ungedämpften Schwingungen wurde wiederholt ein kleiner Lichtbogengenerator mit gutem Erfolge verwendet, der den Vorzug leichter Herstellbarkeit besitzt und sich durch kompendiöse kleine Form auszeichnet, so daß er, wie Fig. 1 zeigt, in einem der gebräuchlichen Laboratoriumsstative untergebracht werden kann. Der Generator ergibt eine für Meßzwecke recht konstante Schwingungsenergie (er wurde zur Aufnahme von Resonanzkurven mittels eines Kurvenzeichners verwendet), da eine gute Einregulierung des Bogens möglich

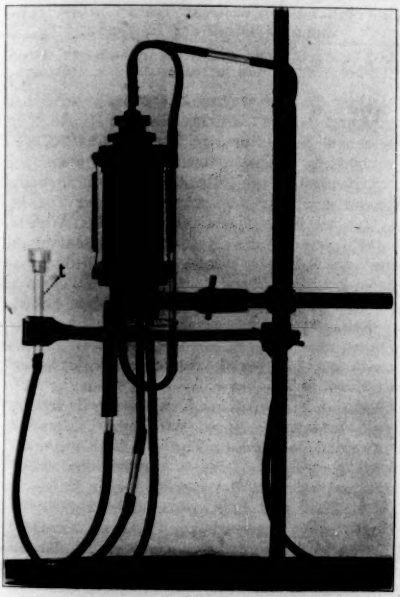

Fig. 1.

ist. Gleichzeitig ist Sorge getragen für ein leichtes Wiederanzünden des etwa erloschenen Lichtbogens.

Fig. 2 ergibt einen Durchschnitt des Generators. Die Kammer für den Lichtbogen des Generators ist gebildet aus 2 abgesetzten Fiberzylindern *a*, *a*, welche als Verschlußstöpsel auf einem geschwärzten Messingrohr *b* sitzen und durch 2 Stahlfedern *c*, die nochmals durch kleine Hartgummistücke *d* isoliert sind, an die Enden des Zylinders gasdicht angepreßt werden. In dem Zylinder befindet sich ein Fenster *f* zur Beobachtung des Bogens.

In dem unteren Zylinder ist die Kohle k_1 in einem kleinen doppelwandigen Kühlrohr *e* angeordnet und durch eine nicht sichtbare Stellschraube in demselben festgeklemmt. In demselben Teile sitzen ferner 2 Röhren *g*, *g*, die zum Zuführen von Gasen in die Lichtbogenkammer benutzt werden können. Will man dagegen mit einem Lichtbogen in einer Atmosphäre von Alkoholdämpfen arbeiten, so wird in dem Becher *x* von g_1 etwas Watte fest eingedrückt und g_1 selbst mittels eines Schlauches mit einem Trichter verbunden, in welchem sich

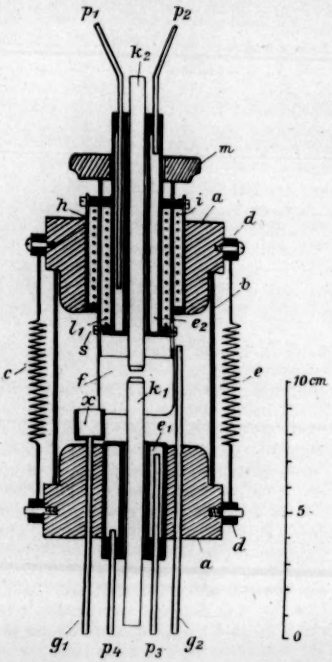

Fig. 2.

Alkohol befindet (Fig. 1, *l*). Durch geeignete Einstellung des Trichters findet eine langsame Zufuhr von Alkohol statt, so daß sich eine Atmosphäre von Alkoholdämpfen in der Lichtbogenkammer ausbilden kann.

Die obere Elektrode K_2 ist gleichfalls in einem Kühlrohr e_2 angeordnet, welches oben mit Schraubengewinde und Mutter *m* versehen durch eine Feder l_1 nach abwärts gedrückt wird. Durch Drehen der Mutter wird ein sehr genaues Einstellen des Kühlrohres mit der Elektrode K_2 erzielt, da jeder tote Gang der Schraube durch die Feder aufgehoben ist. Es läßt sich hierdurch eine genaue Regulierung des Bogens erreichen. Um ein Drehen von e_2 bei der Verstellung zu verhindern, sind Schrauben *s* in Gleitschlitzen angeordnet.

Das Rohr für die Feder *l* befindet sich in einem weiteren Rohr *h*, welches gleichfalls eine Feder *i* enthält, die gestattet, durch Drücken an *m* die obere Kohle K_2 nach abwärts zu bewegen und so den Lichtbogen zu entzünden.

Diese Bewegung ist durch Schrauben in Schlitzen begrenzt.

Indem man p_1 mit der Wasserleitung und p_2 und p_3 untereinander mit Schläuchen verbindet, läßt sich ein Wasserstrom durch die Kühlkammern e leiten, wodurch eine genügende Wärmeabfuhr von den Elektroden und vom Generator selbst erzielt wird.

Durch Anpressen der Endstücke a an die Enden des Rohres b vermittels von Federn ist der Apparat inexplosibel gemacht und bildet ein Sicherheitsventil, so daß Explosionen, welche bei Verwendung von Wasserstoff usw. manchmal vorkommen, lediglich die Endstücke anheben und wieder zurückschnellen lassen, was durch Abrundung der unteren Enden von a erreicht wird.

In die Kühlrohre lassen sich beliebige Elektroden einführen.

Läßt man, um genügende Isolation der Elektroden zu haben, die für Funkenstrecken nicht erforderliche Wasserkühlung fort, so läßt sich der Apparat, da die isolierenden Schichten in a_{12} stark genug gewählt sind, auch als Gasfunkenstrecke verwenden bis zur Funkenlänge von ca. 40 mm, wobei das Rohr b der besseren Beobachtung wegen durch ein Glasrohr ersetzt werden kann. Die Dimensionen des Apparates zeigt der beigefügte Maßstab.

Es wurden einige Versuche am Generator bezüglich der dem Bogen zu entziehenden Energie gemacht, indem der Schwingungskreis am Bogen mit einem abgestimmten Resonanzkreis gekoppelt war, in welchem Glühlampen eingeschaltet werden konnten, deren Energieverbrauch bestimmt wurde.

Es wurde so viel Energie entzogen, bis der Bogen verlöschte.

Es ergab sich für einen Kohlenbogen in Alkoholatmosphäre bei 220 Volt Netzspannung:

1,6 Amp., 70 Volt = 112 Watt am Bogen
sek. Kreis: = 37,8 Watt Schwingungsenergie;
bei: $\lambda = 5{,}10^4$ m, $n = 6000$.

Für einen Kohle-*Cu*-Bogen in Wasserstoff bei 220 Volt Netzspannung:

1,8 Amp., 71 Volt = 127,8 Watt am Bogen
sek. Kreis: 15,5 Watt Schwingungsenergie;
$\lambda = 530$ m, $n = 5{,}66 \cdot 10^5$.

Es ist zu bemerken, daß die Lampe eine Brenndauer von mehreren Stunden hat, ehe die Kohlen in den Kühlröhren neu eingestellt werden müssen.

Charlottenburg, den 27. Januar 1911.

(Eingegangen 30. Januar 1911.)

Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der National-Universität La Plata (Argentinien). (Direktor: E. Bose.)

Nr. 2[1]: Emil Bose und Margrete Bose, Über die Turbulenzreibung verschiedener Flüssigkeiten.

Über die turbulenten Zustände, welche bei genügend hohem Druckgefälle an Stelle der einfachen dem Poiseuilleschen Gesetze gehorchenden Strömungszustände auftreten, ist experimentell ganz überwiegend nur beim Wasser gearbeitet worden, und in der Tat ist ja hier wie in so vielen anderen Fällen Wasser zunächst die für die Technik bei weitem interessanteste Substanz, insofern als die Strömungszustände anderer Flüssigkeiten vergleichsweise nur ein sehr beschränktes Anwendungsgebiet haben.

Rein physikalisch gesehen ist dagegen das Wasser nur eine von vielen gleich interessanten Substanzen und gerade von dem Vergleich verschiedener Substanzen erscheint theoretische Aufklärung zu erhoffen, insofern als eine Zerlegung der Konstanten in Apparatkonstanten, Materialkonstanten und eventuell universelle Konstanten möglich erscheint. Unseres Wissens sind außer dem vor fast zwei Jahren erschienenen Versuche von E. Bose und D. Rauert[2]) bisher keinerlei vergleichende Untersuchungen an verschiedenen Flüssigkeiten unternommen worden. Ein Grund dafür mag neben den fehlenden technischen Anwendungen darin zu suchen sein, daß die bisher für derartige Untersuchungen verwendeten Apparate von Dimensionen waren, die eine vergleichsweise Heranziehung anderer Substanzen als zu kostspielig erscheinen ließen. Mit der Verkleinerung der Apparatdimensionen entsteht aber zugleich eine Reihe von Schwierigkeiten, welche die für weitere und längere Röhren sehr einfachen Gesetzmäßigkeiten zum Verschwinden zu bringen scheinen.

In der Tat zeigte schon die vorläufige Diskussion der Versuche von Bose und Rauert, daß die sehr einfache Kurvenform, die stets z. B. bei den Versuchen von Osborne Reynolds beobachtet wurde (zwei gerade Linien mit ausgeprägtem Übergangsstück im logarithmischen Druckgeschwindigkeits-Koordinatensystem), einem kontinuierlichen Kurvenzuge Platz macht, der, von der Poiseuilleschen Geraden allmählich abbiegend, im rein turbulenten Zustande nur in roher Annäherung als geradlinig betrachtet werden kann.

Wegen dieser Komplikation hielten Bose und Rauert es seinerzeit für vorteilhafter, die nur auf Grund eingehender Rechnungen mögliche Diskussion ihrer Resultate von der Publi-

1) No. 1: Diese Zeitschr. **12**, 60, 1911.
2) Diese Zeitschr. **10**, 406, 1909.

kation des Zahlenmaterials zu trennen und zunächst nur die direkten Beobachtungswerte zu veröffentlichen.

Wenn es uns erst jetzt möglich ist, die an die Bose-Rauertschen Versuche anschließenden Überlegungen zu veröffentlichen, so ist das einerseits unserer Übersiedlung nach Argentinien, andererseits den in hohem Grade zeitraubenden Ausgleichsrechnungen zuzuschreiben, die wir nicht glaubten umgehen zu können, um uns genügend klar und sicher von den Einzelheiten, insbesondere den mehrfachen Überschneidungen Rechenschaft geben zu können.

Wir setzten uns zunächst das einfache Ziel, festzustellen, inwieweit die einfache von Osborne Reynolds aufgestellte logarithmisch lineare Gleichung als erste Annäherung den beobachteten Tatsachen Rechnung zu tragen in der Lage ist, wenn man annimmt, daß die Neigungskonstante b der Turbulenzgeraden

$$-\log z = a' + b \cdot \log p \text{ [1]}$$

für alle Substanzen den gleichen Wert habe. Osborne Reynolds sowohl wie vor ihm Hagen und Darcy haben jeder einzeln die Unabhängigkeit der Konstante b von den Dimensionen der untersuchten Rohre festgestellt. Auffallend ist dabei allerdings der große, die Grenze der Versuchsfehler des Einzelnen vielmals überschreitende Unterschied im Zahlwert, da für $1/b = n$ erhalten wurde von:

Hagen 1,75,
Darcy 1,92,
Osborne Reynolds 1,7222.

Diese Werte beziehen sich lediglich auf mit Wasser angestellte Versuche, aber eine Betrachtung der den Bose-Rauertschen Versuchen entsprechenden Kurven zeigt, daß auch bei einem und demselben Gefäß als erste (rohe) Annäherung zum wenigsten sich für verschiedene Flüssigkeiten nahe gleiche Werte ergeben. Als Mittelwert der neun untersuchten Substanzen ergab sich für unser Gefäß

$$n = 1{,}620.$$

Die Einzelwerte liegen zwischen den Extremen 1,54 und 1,68, so daß zweifellos der Mittelwert nur als erste Annäherung zu betrachten ist. Trotz alledem erweist sich die Durchführung der ersten Annäherung als lehrreich, wie das namentlich der spätere Vergleich mit der genaueren Rechnung lehrt.

Wir nahmen also zunächst ein $b = 1/1{,}620 = 0{,}61728$ für alle untersuchten Substanzen an und suchten Gleichungen für die einzelnen Turbulenzgeraden

$$\log z = A_t + 0{,}61728 \cdot \log p,$$

indem für jede Substanz aus sämtlichen unzweifelhaft der reinen Turbulenz angehörigen Beobachtungen

$$A_t = \frac{\Sigma \log z - 0{,}61728\, \Sigma \log p}{n}$$

berechnet wurde, worin n die Anzahl der verwandten Beobachtungen darstellt. In analoger Weise oder unter Heranziehung bekannter Viskositätsdaten wurden für die den Poiseuilleschen Zuständen entsprechenden 45°-Geraden

$$\log z = A_P + \log p$$

die A_P-Werte bestimmt.

Tabelle I enthält diese beiden Gleichungen für die neun von Bose und Rauert untersuchten Substanzen und auch die daraus berechneten relativen Zähigkeiten im Poiseuilleschen und turbulenten Zustand sowie ihr Verhältnis. Hier kann man so recht sehen, wie wenig maßgebend allein die Poiseuillesche Viskosität für die turbulenten Strömungszustände ist.

Äthylalkohol ist im Poiseuilleschen Zustand zähflüssiger als Wasser, im turbulenten dagegen

Tabelle I.

Substanz	Gleichung der ungeordneten (turbulenten oder hydraulischen) Strömungszustände (Turbulenzgerade) $-\log z = At + Bt \log p$	Gleichung der geordneten (Poiseuilleschen) Strömungszustände (Poiseuilleschen Gerade) $-\log z = AP + \log p$	Spezifische Zähigkeiten im Poiseuilleschen Zustande $\zeta_P = 10^{(A_P)-(A_P)_{\text{Wass. Substr.}}}$	Spezifische Zähigkeiten im turbulenten Zustande $\zeta_T = 10^{(A_t)-(A_t)_{\text{Wass. Substr.}}}$	Verhältnis der beiden Zähigkeiten $\frac{\zeta_t}{\zeta_P}$
Wasser . . .	$+\log z = -1{,}52834 + 0{,}61728 \log p$	$+\log z = -0{,}93250 + \log p$	1,000	1,000	1,000
Äthylalkohol .	„ $= -1{,}50257$ „ „	„ $= -0{,}99329$ „	1,150	0,942	0,818
Äthylazetat .	„ $= -1{,}47826$ „ „	„ $= -0{,}81690$ „	0,766	0,891	1,164
Benzol . . .	„ $= -1{,}46853$ „ „	„ $= -0{,}69984$ „	0,585	0,875	1,496
Toluol . . .	„ $= -1{,}45343$ „ „	„ $= -0{,}67713$ „	0,555	0,842	1,536
Azeton . . .	„ $= -1{,}37252$ „ „	„ $= -0{,}39685$ „	0,291	0,699	2,404
Chloroform .	„ $= -1{,}53504$ „ „	„ $= -0{,}63114$ „	0,500	1,016	2,032
Bromoform .	„ $= -1{,}76314$ „ „	„ $= -1{,}19551$ „	1,832	1,717	0,937
Quecksilber .	„ $= -1{,}99365$ „ „	„ $= -1{,}08110$ „	1,408	2,920	2,074

1) Wegen der Bezeichnungen vergleiche Bose und Rauert (loc. cit.).

Tabelle II.

Substanz	$\frac{\log \hat{p}_k = At - Ap}{0{,}38272}$	$\frac{-\log z_k = At - 0{,}61728\,Ap}{0{,}38272}$	$(\hat{p}_k)_{rel.} = \frac{\hat{p}_k}{\hat{p}_{k(H_2O)}}$ Relativer kritischer Druck	$(z_k)_{rel.} = \frac{z_k}{z_{k(H_2O)}}$ Relative kritische Zeit	$\frac{z_{k(H_2O)}}{z_k}$ Relative kritische Geschwindigkeit	Relatives Reynoldssches Kriterium $\frac{\varrho}{\mu \cdot z_{k(rel.)}}$
Wasser . . .	— 1,55686	— 2,48936	1,000	1,000	1,000	1,000
Äthylalkohol .	— 1,33069	— 2,32398	1,683	0,683	1,464	1,02
Äthylazetat .	— 1,72805	— 2,54495	0,674	1,137	0,880	1,04
Benzol . . .	— 2,00849	— 2,70833	0,353	1,694	0,591	0,887
Toluol . . .	— 2,02838	— 2,70551	0,338	1,645	0,608	0,964
Azeton . . .	— 2,54930	— 2,94615	0,1018	2,86	0,350	0,961
Chloroform .	— 2,36178	— 2,99292	0,1567	3,19	0,314	0,904
Bromoform .	— 1,48315	— 2,67866	1,185	1,546	0,648	1,00
Quecksilber .	— 2,38438	— 3,46548	0,1488	9,47	0,1056	1,02

Mittel: $0{,}975 \pm 0{,}062$

dünnflüssiger. Chloroform aber ist im Poiseuilleschen Zustande viel dünnflüssiger als Wasser, im turbulenten dagegen merklich zäher; Bromoform im Poiseuilleschen Zustande zäher als Quecksilber, im turbulenten umgekehrt und dergleichen.

Die theoretische Möglichkeit, diese Dinge zu überschauen, hat Osborne Reynolds in seinem Übergangskriterium für die Grenze zwischen geordneten und turbulenten Strömungszuständen gegeben. Die Schnittpunktskoordinaten zwischen der Poiseuilleschen und der Turbulenzgeraden (die kritischen Übergangsdaten) sollen nach energetischen Betrachtungen Osborne Reynolds' der Beziehung gehorchen, daß die Dichte ϱ der Substanz multipliziert mit der kritischen Geschwindigkeit U_k und dividiert durch die Poiseuillesche Reibungskonstante μ für alle Fälle einen konstanten Wert bilden,

$$\frac{\varrho U_k}{\mu} = \text{const}$$

oder im stets gleichen Apparat:

$$\frac{\varrho}{\mu \cdot z_{k(rel.)}} = \text{const}$$

($z_{k(rel.)}$ relative kritische Zeit für ein stets gleiches Volum der verschiedenen Flüssigkeiten.)

Tabelle III.

Wasser.

$\hat{p}$	z beob.	z ber.	$\Delta z = z_{beob.} - z_{ber.}$	$\hat{p}$	z beob.	z ber.	$\Delta z = z_{beob.} - z_{ber.}$
0,061	195	194,8	+0,2	0,476	52,7	52,7	0,0
0,064	188,4	188,5	—0,1	0,488	52,2	51,9	+0,3
0,066	184,5	184,6	—0,1	0,538	48,8	49,0	—0,2
0,079	164,0	163,5	+0,5	0,550	48,2	48,3	—0,1
0,094	145,6	145,8	—0,2	0,560	47,7	47,8	—0,1
0,110	131,2	131,5	—0,3	0,714	41,3	41,4	—0,1
0,128	118,4	119,1	—0,7	0,730	40,8	40,9	—0,1
0,135	115,2	115,1	+0,1	0,743	40,7	40,4	+0,3
0,1524	106,9	106,5	+0,4	0,756	40,1	40,0	+0,1
0,158	105,0	104,1	+0,9	0,767	39,7	39,7	0,0
0,182	95,2	95,1	+0,1	0,791	39,0	39,0	0,0
0,188	93,4	93,2	+0,2	0,808	39,0	38,5	+0,5
0,215	85,8	85,7	+0,1	0,840	37,6	37,6	0,0
0,220	84,2	84,5	—0,3	0,963	35,1	34,7	+0,4
0,2475	78,8	78,5	+0,3	1,020	33,7	33,6	+0,1
0,253	78,2	77,4	+0,8	1,035	33,4	33,3	+0,1
0,258	76,3	76,5	—0,2	1,094	32,3	32,2	+0,1
0,305	68,9	69,0	—0,1	1,240	30,0	30,0	0,0
0,312	68,7	68,1	+0,6	1,352	28,5	28,5	0,0
0,320	67,5	67,0	+0,5	1,473	27,4	27,1	+0,3
0,360	62,3	62,4	—0,1	1,554	26,2	26,3	—0,1
0,367	61,5	61,6	—0,1	1,702	25,1	25,0	+0,1
0,374	60,5	60,9	—0,4	1,760	24,6	24,5	+0,1
0,408	57,6	57,8	—0,2	1,808	24,0	24,1	—0,1
0,415	57,3	57,2	+0,1	1,842	23,8	23,9	—0,1
0,445	54,6	54,9	—0,3	1,873	23,7	23,6	+0,1
0,465	53,2	53,4	—0,2				

Unsers Wissens ist dieses Osborne Reynoldssche Kriterium bisher noch niemals auf verschiedene Substanzen angewandt worden, sondern nur die Unabhängigkeit des Ausdrucks von den Apparatkonstanten nachgewiesen worden.

In Tabelle II finden sich zusammengestellt die kritischen Koordinaten sowie die Werte der relativen kritischen Größen (Druck, Zeit, Geschwindigkeit), Wasser stets als Einheitssubstanz genommen, außerdem der Wert des relativen Reynoldsschen Kriteriums, der für alle Substanzen theoretisch gleich 1,000 werden sollte. Der Tabelle entnehmen wir, daß dies innerhalb einiger Prozente der Fall ist, der Mittelwert:

$$0{,}975 \pm 0{,}062 \text{ statt } 1{,}000$$

beweist, daß in erster Annäherung jedenfalls das Osborne-Reynoldssche Kriterium auch für das Verhalten verschiedener Flüssigkeiten im gleichen Apparat bestimmend ist. Die experimentelle Verifikation der Osborne-Reynoldsschen Betrachtungen an derart verschiedenen Substanzen erscheint mir nicht ohne Wert, aber auch sonst läßt sich eine Menge des Interessanten aus der Tabelle II ablesen. Dafür nur zwei Beispiele!

Im gleichen Apparat kann zum Beispiel Äthylalkohol noch mit fast dem 14 fachen von derjenigen Geschwindigkeit im Poiseuilleschen Zustande strömen, bei der Quecksilber schon in den turbulenten Zustand übergeht.

Im gleichen Apparat muß ich mit dem mehr als 15 fachen Druckgefälle operieren, um Äthylalkohol zum turbulenten Strömen zu bewegen als um das gleiche beim Azeton zu erreichen.

Bisher haben wir die Beobachtungen als in erster Annäherung linear variierend angesehen, wenn die Logarithmen von Druck und Durchflußzeit als Koordinaten angenommen werden. Durch graphische Darstellung der Beobachtungen und besser durch graphische Darstellung der Abweichungen von der geraden Linie ergibt sich in allen neun Fällen, daß diese Abweichungen einen ganz systematischen Gang aufweisen, der die mittleren Versuchsfehler um das Zehn- und Mehrfache übersteigt und daß dieser Gang mit größter Annäherung einer Funktion dritten Grades entspricht, zumal in den meisten sogar ein deutlicher Wendepunkt mit nahe symmetrischem Kurvenverlauf beiderseits desselben existiert.

Die eine von uns (M. Bose) hat sich der Mühe unterzogen, die umfangreichen Ausgleichrechnungen nach der Methode der kleinsten Quadrate auszuführen, einerseits um zu sehen, ob und in welchem Grade die Resultate von E. Bose und D. Rauert durch eine einzige Funktion darstellbar sind und insbesondere auch, um zu konstatieren, ob der doppelten Überschneidung, z. B. der Chloroformkurve und der Wasserkurve, reale Bedeutung zukommt.

Die Tabellen III—XI geben für die neun von Bose und Rauert untersuchten Substanzen die Werte der treibenden Druckdifferenz nebst den beobachteten und den berechneten Durchflußzeiten an. Die Berechnung erfolgte allgemein nach Gleichungen von der Form:

$$-\log z = A + B \log p + C (\log p)^2 + D (\log p)^3,$$

deren Koeffizienten durch vollständige Ausgleichung sämtlicher der reinen Turbulenz angehörigen Beobachtungen unter der Annahme gleicher relativer Genauigkeit erfolgte. In der Tabelle XII finden sich diese Gleichungen mit ihren so ermittelten Koeffizienten zusammengestellt. Daneben die Zahl n der zur Ausgleichung verwerteten Einzelbeobachtungen. Durch Vergleich mit den Tabellen der Arbeit von Bose und Rauert kann sich der Leser leicht überzeugen, daß nur Beobachtungen mit niedrigen Druckgefällen nicht mitverwertet worden sind, die nicht dem rein turbulenten Strömungszustande, sondern fast stets dem rein Poiseuilleschen Gebiete angehören. Die der rein turbulenten Strömung entsprechenden Beobachtungen sind stets sämtlich der Rechnung zugrunde gelegt worden. Der mittlere relative Fehler beträgt im Mittel aus sämtlichen Beobachtungsreihen $^1/_2$ Proz. und entspricht in der Regel nur einigen Zehntelsekunden der zumeist kurzen Durchflußzeiten, so daß die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung wohl als eine ausgezeichnete anzusehen ist. Letzteres ist um so mehr der Fall, als in den übrigbleibenden Differenzen keinerlei systematischer Gang aufzufinden ist, vielmehr nur rein zufällige Fehler zu bestehen scheinen. Um uns über diesen wichtigen Punkt in einwandfreier Form Rechenschaft zu geben, haben wir uns der von Richarz und Neumann[1]) im Anschluß an die Helmertschen Arbeiten entwickelten Methode bedient, welche an Stelle des Helmertschen Grenzwerts zwischen Verdächtigkeit und Unverdächtigkeit bezüglich systematischer Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung ein obendrein erheblich strengeres Verdachtsmaß setzt. Dieses mittlere Verdachtsmaß, ermittelt auf Grund 5 verschiedener Kriterien, die, einzeln für sich genommen, keinerlei sichere Entscheidung ermöglichen können, soll nach Richarz und Neumann unter dem Zahlwert 0,5 bleiben, während Helmert, weniger anspruchsvoll, einen erheblich höheren Grenzwert 0,683 zuläßt.

Es zeigt sich nun, wie die Mittelwerte V in Tabelle XII und mehr noch ihre Entstehung

1) Universitätsprogramm Marburg 1909.

Tabelle IV.
Äthylalkohol.

t	z beob.	z ber.	$\Delta z = z_{beob.} - z_{ber.}$
0,0572	204,7	204,4	+0,3
0,0684	179,0	179,2	−0,2
0,0734	171,0	170,2	+0,8
0,0790	161,0	161,5	−0,5
0,109	129,7	128,8	+0,9
0,1115	126,0	126,8	−0,8
0,148	104,3	104,7	−0,4
0,190	88,6	88,7	−0,1
0,234	77,7	77,6	+0,1
0,285	68,5	68,4	+0,1
0,344	60,8	60,8	0,0
0,400	55,4	55,4	0,0
0,458	51,0	51,3	−0,3
0,453	51,5	50,9	+0,6
0,544	46,3	45,9	+0,4
0,610	42,8	42,8	0,0
0,650	41,5	41,2	+0,3
0,682	40,2	40,0	+0,2
0,714	39,2	38,9	+0,3
0,777	37,1	37,0	+0,1
0,843	35,0	35,2	−0,2
0,915	33,3	33,5	−0,2
0,983	31,8	32,2	−0,4
1,050	30,6	30,9	−0,3
1,120	29,7	29,7	0,0
1,180	28,8	28,8	0,0
1,258	27,7	27,4	+0,3
1,330	27,1	26,8	+0,3
1,494	25,1	25,0	+0,1

Tabelle V.
Äthylazetat.

0,0156	440	435,9	+4,1
0,0188	378	379,1	−1,1
0,0253	303	305,4	−2,4
0,0203	299,5	297,1	−0,6
0,0387	228	226,7	+1,3
0,0530	182,0	183,3	−1,3
0,0633	162,2	163,0	−0,8
0,0691	153,0	153,9	−0,9
0,0965	124,8	124,2	+0,6
0,1325	102,6	101,8	+0,8
0,151	94,8	93,8	+1,0
0,179	85,4	84,5	+0,9
0,237	71,0	71,3	−0,3
0,269	66,4	66,1	+0,3
0,288	63,1	63,5	−0,4
0,356	56,2	56,0	+0,2
0,406	51,8	51,8	0,0
0,469	47,5	47,6	−0,1
0,510	45,1	45,2	−0,1
0,561	42,7	42,8	−0,1
0,602	41,1	41,1	0,0
0,650	39,4	39,3	+0,1
0,733	36,7	36,7	0,0
0,793	35,0	35,0	0,0
0,855	33,7	33,5	+0,2
0,901	32,4	32,5	−0,1
0,950	31,5	31,5	0,0
0,995	30,6	30,7	−0,1
1,070	29,6	29,4	+0,2
1,154	28,3	28,1	+0,2
1,234	27,1	27,1	0,0
1,330	26,1	25,9	+0,2
1,334	25,8	25,9	−0,1
1,403	25,2	25,1	+0,1

Tabelle VI.
Benzol.

t	z beob.	z ber.	$\Delta z = z_{beob.} - z_{ber.}$
0,0720	144,6	145,9	−1,3
0,1010	117,5	116,6	+0,9
0,1285	101,2	100,1	+1,1
0,156	89,2	88,7	+0,5
0,180	81,2	81,3	−0,1
0,224	71,4	71,4	0,0
0,268	63,7	64,2	−0,5
0,320	57,5	57,9	−0,4
0,381	52,2	52,3	−0,1
0,419	49,5	49,5	0,0
0,485	45,3	45,5	−0,2
0,570	41,7	41,4	+0,3
0,644	38,7	38,6	+0,1
0,781	34,6	34,5	+0,1
0,869	32,6	32,4	+0,2
0,910	31,6	31,6	0,0
0,945	31,1	30,9	+0,2
1,030	29,6	29,3	+0,3
1,122	27,9	27,9	0,0
1,267	25,9	25,9	0,0
1,336	25,1	25,1	0,0
1,425	24,2	24,1	+0,1
1,510	23,2	23,3	−0,1
1,622	22,4	22,3	+0,1
1,685	21,7	21,7	0,0
1,810	20,8	20,8	0,0
1,869	20,4	20,4	0,0
2,008	19,45	19,5	−0,05
2,134	18,6	18,7	−0,1
2,238	18,3	18,1	+0,2
2,350	17,7	17,6	+0,1

Tabelle VII.
Toluol.

0,0292	246,0	248,5	−2,5
0,0516	171,7	170,2	+1,5
0,0517	170,0	169,9	+0,1
0,0692	142,0	141,3	+0,7
0,0822	128,4	126,9	+1,5
0,1088	108,1	107,0	+1,1
0,1353	94,0	93,9	+0,1
0,161	84,2	84,7	−0,5
0,1897	76,7	76,9	−0,2
0,2175	70,3	71,0	−0,7
0,2455	65,6	66,1	−0,5
0,276	61,3	61,8	−0,5
0,320	56,2	56,7	−0,5
0,368	52,2	52,3	−0,1
0,415	48,5	49,1	−0,6
0,410	49,1	48,7	+0,4
0,487	44,3	44,4	−0,1
0,549	41,7	41,4	+0,3
0,609	39,3	38,9	+0,4
0,680	36,75	36,5	+0,25
0,693	36,4	36,1	+0,3
0,768	34,0	33,9	+0,1
0,780	33,8	33,6	+0,2
0,867	31,55	31,5	+0,05
0,915	30,7	30,5	+0,2
0,990	29,55	29,1	+0,45
1,045	28,2	28,2	0,0
1,100	27,2	27,3	−0,1
1,160	26,55	26,4	+0,15
1,218	25,65	25,7	−0,05
1,298	24,75	24,7	+0,05

p	$\varkappa$ beob.	$\varkappa$ ber.	$\Delta\varkappa = \varkappa_{beob.} - \varkappa_{ber.}$
1,380	23,75	23,7	+0,05
1,472	22,7	22,8	−0,1
1,554	22,15	22,0	+0,15
1,623	21,5	21,4	+0,1
1,680	21,0	21,0	0,0
1,770	20,4	20,3	+0,1
1,840	19,75	19,8	−0,05
1,890	19,45	19,5	−0,05

Tabelle VIII.

Azeton.

0,0064	529	531,9	−2,9
0,0098	401	401,1	−0,1
0,0131	335	333,2	+2,2
0,0191	264	263,5	+0,5
0,0257	220	220,0	0,0
0,0277	212	210,3	+2,3
0,0336	187,5	187,5	0,0
0,0404	168,0	168,1	−0,1
0,0476	153,5	152,6	+0,9
0,0637	128,0	128,6	−0,6
0,0769	115,4	115,2	+0,2
0,1013	97,5	97,9	−0,4
0,1280	84,4	85,3	−0,9
0,1590	74,5	75,0	−0,5
0,189	67,8	67,6	+0,2
0,218	62,0	62,1	−0,1
0,257	56,0	56,1	−0,1
0,299	51,3	51,1	+0,2
0,3415	46,9	47,1	−0,2
0,401	42,9	42,6	+0,3
0,454	39,4	39,3	+0,1
0,502	37,0	36,9	+0,1
0,559	34,75	34,41	+0,34
0,6225	32,05	32,07	−0,2
0,688	30,05	30,01	+0,04
0,740	28,7	28,5	+0,2
0,7855	27,5	27,4	+0,1
0,834	26,5	26,3	+0,2
0,870	25,7	25,6	+0,1
0,9275	24,55	24,5	+0,05
1,020	22,9	22,9	0,0
1,076	22,04	22,1	−0,06
1,130	21,3	21,3	0,0
1,188	20,5	20,6	−0,1
1,207	20,25	20,3	−0,05
1,234	20,0	20,0	0,0
1,255	19,96	19,81	+0,15
1,318	19,0	19,1	−0,1

Tabelle IX.

Chloroform.

0,0522	204	204,6	−0,6
0,0684	173	173,5	−0,5
0,0760	163,6	162,9	+0,7
0,106	134,2	133,6	+0,6
0,131	118,2	118,0	+0,2
0,159	105,5	105,3	+0,2
0,188	95,6	95,46	+0,14
0,222	86,5	86,60	−0,1
0,265	78,0	78,03	−0,03
0,298	72,2	72,79	−0,59
0,315	70,4	70,43	−0,03
0,375	63,7	63,46	+0,24
0,424	59,0	58,93	+0,07
0,438	57,6	57,79	−0,19
0,478	54,8	54,80	0,0
0,557	49,7	49,88	−0,18
0,591	47,7	48,08	−0,38
0,649	45,2	45,35	−0,15
0,735	42,2	41,92	+0,28
0,763	40,65	40,94	−0,29
0,810	39,7	39,40	+0,3
0,872	37,5	37,57	−0,07
0,907	36,7	36,62	+0,08
0,981	35,0	34,80	+0,2
0,990	34,8	34,59	+0,21
1,075	32,8	32,75	+0,05
1,112	31,9	32,03	−0,87
1,145	31,55	31,41	+0,14
1,196	30,55	30,50	+0,05
1,202	30,55	30,40	+0,15
1,255	29,6	29,52	+0,08
1,290	28,85	28,98	−0,13
1,300	28,8	28,83	−0,03
1,347	28,2	28,14	+0,06
1,353	27,9	28,05	−0,15
1,356	28,3	28,01	+0,29
1,405	27,6	27,33	+0,27
1,445	26,8	26,81	−0,01
1,460	26,15	26,62	−0,47
1,474	26,4	26,44	−0,04
1,488	26,1	26,27	−0,17

Tabelle X.

Bromoform.

0,0308	548	543	+2,0
0,0475	396	398	−2,0
0,0636	322	325	−3,0
0,0925	253	252	+1,0
0,1224	210,5	210,2	+0,3
0,148	186,0	185,8	+0,2
0,1985	154,7	154,0	+0,7
0,254	132,8	131,9	+0,9
0,313	116,6	115,9	+0,7
0,367	105,4	105,1	+0,3
0,446	93,5	93,3	+0,2
0,519	84,6	85,1	−0,5
0,606	77,0	77,6	−0,6
0,678	72,6	72,6	0,0
0,9175	60,7	60,7	0,0
0,974	58,4	58,7	−0,3
1,130	53,8	53,8	0,0
1,268	50,25	50,3	−0,05
1,385	48,0	47,8	+0,2
1,498	45,8	45,7	+0,1
1,602	44,2	44,0	+0,2
1,692	42,6	42,6	0,0
1,760	41,7	41,7	0,0
1,836	40,8	40,7	+0,1
1,966	39,1	39,1	0,0
2,080	38,05	37,9	+0,15
2,196	36,7	36,7	0,0

Tabelle XI.

Quecksilber.

0,109	395	393,9	+1,1
0,147	330	331,4	−1,4
0,177	297	297,5	−0,5
0,2244	260	258,9	+1,1
0,275	230	229,5	+0,5
0,362	195	194,5	+0,5
0,449	170	170,4	−0,4

p	z beob.	z ber.	$\Delta z = z_{beob.} - z_{ber.}$
0,525	154,2	154,6	−0,4
0,544	150,0	151,2	−1,2
0,574	146,0	146,2	−0,2
0,615	139,7	140,0	−0,3
0,675	132,0	131,9	+0,1
0,707	128,5	128,0	+0,5
0,795	119,3	118,6	+0,7
0,968	105,0	104,2	+0,8
1,113	95,2	94,9	+0,3
1,227	89,1	88,8	+0,3
1,400	81,4	81,1	+0,3
1,664	72,1	71,8	+0,3
1,720	70,1	70,1	0,0
1,730	69,6	69,8	−0,2
1,737	69,8	69,6	+0,2
1,752	68,9	69,2	−0,3
1,789	68,5	68,2	+0,3
1,794	68,0	68,0	0,0
1,819	67,3	67,4	−0,1
1,820	67,2	67,3	−0,1
1,826	67,3	67,2	+0,1
1,827	66,9	67,1	−0,2
1,850	66,5	66,5	0,0
1,853	66,7	66,5	+0,2
1,880	66,1	65,8	+0,3
1,940	64,3	64,3	0,0
1,984	63,1	63,3	−0,2
2,060	61,5	61,5	0,0
2,120	60,3	60,3	0,0
2,207	58,4	58,5	−0,1
2,240	57,75	57,9	−0,15
2,287	56,7	57,0	−0,3
2,314	56,1	56,5	−0,4
2,386	55,1	55,2	−0,1
2,475	53,8	53,7	+0,1
2,571	52,5	52,2	+0,3
2,690	50,5	50,4	+0,1
2,766	49,6	49,4	+0,2
2,850	48,65	48,3	+0,35
2,892	47,85	47,7	+0,15

aus den Einzelverdachtsmaßen (siehe Tabelle XIII) erkennen läßt, daß das mittlere Verdachtsmaß V in allen Fällen unter 0,5 bleibt, also nicht nur der Helmertschen Forderung, sondern stets auch den viel strengeren Anforderungen von Richarz und Neumann genügt.

Interessant ist dabei zu sehen, wie wenig ein einzelnes Verdachtskriterium allein für sich genommen einen sicheren Schluß zuläßt. Tabelle XIII zeigt in den verschiedensten Fällen, daß zwischen den einzelnen Kriterien die auffallendsten Widersprüche bestehen, indem ein solches zum Beispiel auf höchste Verdächtigkeit (Verdachtswahrscheinlichkeit nahe gleich 1) ein anderes bei derselben Beobachtungsreihe auf völlige Verdachtslosigkeit (Verdachtswahrscheinlichkeit = 0) plädiert. Die unterste Reihe der Tabelle XIII gibt die Mittelwerte jedes einzelnen Verdachtskriteriums bei den 9 der Untersuchung unterzogenen Beobachtungsreihen und damit ein gewisses Maß für die Strenge der einzelnen 5 Kriterien. Dabei zeigt sich, daß V_{III}, das sogenannte Abbesche Kriterium, das bei weitem am schwierigsten zu befriedigende ist. Diesem nahe steht das auf der Differenz zwischen der Zahl der Vorzeichenfolgen und der Zahl der Vorzeichenwechsel beruhende Kriterium V_V.

Im übrigen muß in bezug auf Einzelheiten auf die Arbeit von Richarz und Neumann verwiesen werden und geben wir uns der Hoffnung hin, daß auch als umfangreiches Zahlenbeispiel für die Lehre von den Verdachtsmaßen bezüglich systematischer Abweichungen zwischen Be-

Tabelle XII.

Substanz	Turbulenzfunktion abgeleitet aus den n höchsten Beobachtungen Rauerts nach der Methode der kleinsten Quadrate	n	Mittl. Fehler von $\log z$ $\varepsilon = \pm$	Mittlerer relativer Fehler in Proz. der Durchflußzeit	Mittleres Verdachtsmaß auf systematische Fehler v
Wasser	$-\log z = +1{,}531\,798 - 0{,}582\,702 \log p + 0{,}020\,602 (\log p)^2 - 0{,}010\,992 (\log p)^3$	53	0,00 198	0,46 Proz.	0,3492
Äthylalkohol	$-\log z = +1{,}503\,120 - 0{,}596\,470 \log p + 0{,}00\,964\,203 (\log p)^2 - 0{,}0\,267\,707 (\log p)^3$	29	0,00 247	0,57 „	0,2170
Äthylazetat	$-\log z = +1{,}486\,244 - 0{,}581\,525 \log p - 0{,}00\,199\,134 (\log p)^2 - 0{,}0\,184\,566 (\log p)^3$	34	0,00 227	0,52 „	0,4402
Benzol	$-\log z = +1{,}475\,554 - 0{,}592\,688 \log p - 0{,}0\,493\,928 (\log p)^2 - 0{,}0\,508\,142 (\log p)^3$	31	0,00 223	0,51 „	0,3829
Toluol	$-\log z = +1{,}462\,222 - 0{,}605\,449 \log p - 0{,}0\,491\,203 (\log p)^2 - 0{,}0\,331\,520 (\log p)^3$	39	0,00 270	0,62 „	0,489
Azeton	$-\log z = +1{,}366\,563 - 0{,}696\,268 \log p - 0{,}0\,963\,532 (\log p)^2 - 0{,}0\,279\,917 (\log p)^3$	38	0,00 207	0,48 „	0,1684
Chloroform	$-\log z = +1{,}53\,604 - 0{,}65\,814 \log p - 0{,}093\,381 (\log p)^2 - 0{,}040\,082 (\log p)^3$	41	0,00 235	0,54 „	0,223
Bromoform	$-\log z = +1{,}761\,949 - 0{,}583\,028 \log p + 0{,}026\,110 (\log p)^2 - 0{,}00\,931\,613 (\log p)^3$	27	0,00 209	0,48 „	0,395
Quecksilber	$-\log z = +2{,}0086\,921 - 0{,}668\,324 \log p - 0{,}087\,208 (\log p)^2 - 0{,}027\,218 (\log p)^3$	47	0,00 159	0,37 „	0,420

Bei gleicher Wertung aller Reihen, Mittel: 0,506 Proz.
Bei Wertung nach der Zahl der Beobachtungen in jeder Reihe, Mittel: 0,500 Proz.

Tabelle XIII.

Einzelverdachtsgrößen $V = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\mathrm{Arg}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

Substanz	$\mathrm{Arg_I} = \frac{\lvert\Sigma\Delta_+ - \Sigma\Delta_-\rvert}{\sqrt{\Sigma(\Delta^2)}}$	$\mathrm{Arg_{II}} = \frac{\lvert\Sigma(\Delta_+)^2 - \Sigma(\Delta_-)^2\rvert}{\sqrt{\Sigma(\Delta^4)}}$	$\mathrm{Arg_{III}} = \frac{\lvert\Sigma(\Delta^2) - \frac{1}{2}\Sigma(\Delta_i - \Delta_{i+1})^2\rvert}{\Sigma(\Delta^2)_{A_n+1=A_1}} \sqrt{n}$	$\mathrm{Arg_{IV}} = \frac{\lvert\Sigma(+\text{Zeichen}) - \Sigma(-\text{Zeichen})\rvert - 1}{\sqrt{n}}$	$\mathrm{Arg_V} = \frac{\lvert\Sigma\left(\frac{\text{folgen}}{++}\right) - \Sigma\left(\frac{\text{wechsel}}{\mp\pm}\right)\rvert - 1}{\sqrt{n-1}}$	Mittlerer Verdacht auf systematische Abweichungen $\bar{V}$
	V_{I}	V_{II}	V_{III}	V_{IV}	V_{V}	
Wasser	0,0011	0,606	0,594	0,222	0,323	0,3492
Äthylalkohol	0,0000	0,166	0,630	0,289	0,000	0,2170
Äthylazetat	0,0027	0,438	0,537	0,608	0,615	0,4402
Benzol	0,0006	0,057	0,528	0,528	0,801	0,3829
Toluol	0,0014	0,239	0,993	0,252	0,961	0,4893
Azeton	0,0051	0,068	0,769	0,000	0,000	0,1684
Chloroform	0,0047	0,330	0,395	0,000	0,384	0,2227
Bromoform	0,0039	0,327	0,814	0,000	0,830	0,3950
Quecksilber	0,0022	0,117	0,994	0,000	0,988	0,4202
	$\bar{V}_{\mathrm{I}} = 0{,}0024$	$\bar{V}_{\mathrm{II}} = 0{,}2606$	$\bar{V}_{\mathrm{III}} = 0{,}6949$	$\bar{V}_{\mathrm{IV}} = 0{,}2110$	$\bar{V}_{\mathrm{V}} = 0{,}5447$	**0,3427**

Tabelle XIV.

Substanz	Wendepunktskoordinate $\log p_-$	Wendepunktskoordinate $\log z_-$	Gleichung der Wendetangente $-\log z = a_- - b_- \log p$	$n = \frac{1}{b_-}$
Wasser	+0,62476	−1,17311	$-\log z = 1{,}52911 - 0{,}56983 \log p$	1,755
Äthylalkohol	+0,11967	−1,43213	$= 1{,}50307 - 0{,}59531$ „	1,670
Äthylazetat	−0,03596	−1,50716	$= 1{,}48599 - 0{,}58854$ „	1,699
Benzol	−0,32401	−1,66413	$= 1{,}47728 - 0{,}57668$ „	1,734
Toluol	−0,49389	−1,753259	$= 1{,}46622 - 0{,}58119$ „	1,721
Azeton	−1,14740	−2,080893	$= 1{,}40885 - 0{,}58571$ „	1,707
Chloroform	−0,77658	−2,00959	$= 1{,}57358 - 0{,}56145$ „	1,781
Bromoform	+0,93422	−1,232463	$= 1{,}75435 - 0{,}55864$ „	1,790
Quecksilber	−1,06802	−2,656158	$= 2{,}04185 - 0{,}57518$ „	1,739
				Mittel: **1,7296**

Tabelle XV.

Substanz	Kritischer Punkt (zweite Annäherung) Schnittpunkt von Wendetangente und Poiseuillescher Geraden		Relativer kritischer Druck	Relative kritische Zeit	Relatives Reynoldssches Kriterium, zweite Annäherung
	$\log(p_k)_2$	$\log(\tau_k)_2$	zweite Annäherung		
Wasser	−1,38691	−2,31941	1,000	1,000	1,000
Äthylalkohol	−1,25968	−2,26297	1,340	0,878	0,792
Äthylazetat	−1,62614	−2,44304	0,576	1,329	0,887
Benzol	−1,83655	−2,53639	0,355	1,648	0,913
Toluol	−1,88412	−2,56125	0,318	1,745	0,901
Azeton	−2,44273	−2,83959	0,0879	3,317	0,829
Chloroform	−2,14900	−2,78014	0,173	2,889	1,03
Bromoform	−1,26618	−2,46169	1,320	1,388	1,11
Quecksilber	−2,26157	−3,34267	0,134	10,55	0,916
				Mittel:	0,919 ± 0,133

obachtungen und empirischen Formeln unsere Rechnungen von Interesse sein mögen.

Nun zu den Schlüssen, die sich für die Kritik der Bose-Rauertschen Versuche aus den Kurvengleichungen ziehen lassen. Der bei der Darstellung im logarithmischen Koordinatensystem nicht rein geradlinige Verlauf der Beobachtungen in dem benutzten kleinen Apparat gegenüber dem von Osborne Reynolds an großen kalibrischen Rohren angetroffenen sehr genau geradlinigen dürfte unseres Erachtens auf den Mangel an Gleichmäßigkeit in der Weite der Kapillare sowie auf den Einfluß der Ein- und Ausströmungsgefäße zu schieben sein. Es ist ohne weiteres verständlich, daß bei einem aus einem einzigen Stück Glas geblasenen Apparat mit einer Kapillare von winzigen Dimensionen (Länge ca. 2 Millimeter) keine kalibrische, sondern eine nach beiden Seiten allmählich erweiterte Kapillare entstehen wird[1]). Es ergibt sich nun die Frage, ob und wie es möglich ist, die an einem derart kleinen Apparat gemachten Beobachtungen gewissermaßen auf die theoretisch einfacheren Verhältnisse Osborne Reynolds zurückzuführen.

Uns scheint das gerade mit Hilfe der ausgezeichneten Anpassung der Funktion dritten Grades der logarithmischen Koordinaten möglich. Die Darstellung der Bose-Rauertschen Beobachtungen im $\log 1/z$, $\log \dot{p}$-Koordinatensystem ergibt, wie erwähnt, schon in den meisten Fällen direkt sichtbar das Auftreten eines Wendepunkts. Die Gesamtheit der Beobachtungen an jeder Substanz mit ihrem verdachtsfreien ausgezeichneten Anschluß an die empirische Formel dritten Grades erlaubt mit ziemlich großer Genauigkeit die Berechnung der Gleichung der Wendetangente, die wir als eine zweite Annäherung für die Osborne Reynoldssche Turbulenzgerade betrachten können. Daß diese Annahme als eine sehr wohlberechtigte betrachtet werden darf, resultiert leicht aus Tabelle XIV, in welcher die Wendepunktskoordinaten, sowie die Gleichungen der Wendetangenten zusammengestellt sind. Bildet man von den Richtungskonstanten b der Wendetangenten die reziproken Werte n, so erhalten wir für alle Substanzen annähernd gleiche Zahlen, deren Mittelwert 1,7296 bis auf $^1/_2$ Proz. mit dem Osborne Reynoldsschen Werte 1,7222 der Richtungskonstanten der Turbulenzgeraden an weiten kalibrischen Röhren übereinstimmt. Wenn man die kolossale Verschiedenheit der beiderseitigen Apparate bedenkt, so muß diese Übereinstimmung als in hohem Grade befriedigend angesehen werden.

Die kritischen Daten zwischen den Stabilitätsgebieten von Poiseuillescher und turbulenter Strömung, nunmehr (d. h. in zweiter Annäherung) gegeben durch den Schnittpunkt der Wendetangente der Turbulenzkurve mit der Poiseuilleschen Geraden, haben ihre relative Lage zueinander nur verhältnismäßig wenig gegen die erste Annäherung geändert (man vergleiche hierzu Tabelle XV mit Tabelle II). Dagegen zeigt sich das Reynoldssche Kriterium weniger konstant als vorher, die Schwankungen sind auf mehr als das doppelte gewachsen, so daß in bezug auf die Unabhängigkeit desselben von der Natur der untersuchten Substanz nur noch von einer rohen ersten Annäherung gesprochen werden kann.

Eine Frage, die durch die Berechnung der verdachtsfreien Turbulenzkurven ebenfalls entschieden werden sollte, ist die folgende. Es wurde bei den Bose-Rauertschen Messungen

1) Eine längere gut kalibrierte Röhre für einen Apparat mit kleinem Durchflußvolum, wie die Untersuchung kostbarer Substanzen ihn immer erfordern wird, würde sehr hohe Durchtriebsdrucke erfordern, die die experimentellen Schwierigkeiten stark vergrößern würden. Wir hoffen in einiger Zeit derartige Versuche mit Preßluft bis zu 200 Atmosphären in Angriff nehmen zu können. Etwas derartiges hat [allerdings nur für Wasser] schon E. Schnetzler, diese Zeitschr. 11, 1002, 1910, ausgeführt, doch ist hier wegen der relativ großen Rohrlängen die Intensität der Durchwirbelung trotz der sehr hohen Maximalbetriebsdrucke relativ gering.

die merkwürdige Beobachtung gemacht, daß Chloroform, im Poiseuilleschen Strömungszustande sowie bei schwacher Durchwirbelung viel dünnflüssiger als Wasser, bei stärkerer Durchwirbelung zähflüssiger als Wasser und bei sehr starker abermals dünnflüssiger als dieses erschien. Bis zu einem gewissen Triebdruck hatte also Chloroform kürzere Durchflußzeiten als Wasser aufzuweisen, oberhalb eines zweiten sehr viel höher gelegenen Druckes desgleichen, zwischen diesen beiden Grenzen aber ergab es höhere Durchflußzeiten.

Es lag uns daran, festzustellen, ob diesen Dingen eine erheblich über die Versuchsfehler herausgehende Genauigkeit, mithin der Wert einer wirklich sichergestellten Tatsache zukomme. Das ist nun in der Tat der Fall. Es sind die Abweichungen zwischen den beiden Beobachtungsreihen in ihrem Verlauf durchaus regelmäßig und gehen sowohl in dem Zwischengebiet der größeren Zähflüssigkeit des Chloroforms, wie auch in dem bei noch intensiverer Durchwirbelung wieder auftretenden Gebiete geringerer Zähflüssigkeit um ein Mehrfaches über die mittleren Fehler jeder einzelnen Reihe hinaus, so daß an der Richtigkeit dieser Feststellung keinerlei Zweifel entstehen kann. Damit aber ist andererseits gezeigt, daß die Vorgänge, mit denen man es hier zu tun hat, doch noch erheblich komplizierter sind, als es nach den bisherigen Feststellungen, seien sie praktischer oder theoretischer Natur, der Fall zu sein schien. Dafür sprechen auch Beobachtungen, welche Herr Walther Sorkau auf meine Veranlassung im physikalischen Institut der Nationaluniversität La Plata an einer Reihe von Flüssigkeiten und bei verschiedenen Temperaturen angestellt hat, und die im Anschluß an diese Arbeit zur Veröffentlichung gelangen.

La Plata, Argentinien, Physikalisches Institut der Nationaluniversität, 6. Januar 1911.

(Eingegangen 26. Januar 1911.)

Über Ladungsbestimmungen an Nebelteilchen.

(Zur Frage nach der Größe des elektrischen Elementarquantums.)

Von Erich Regener.

Die elektrische Ladung einzelner Nebeltröpfchen ist in letzter Zeit von mehreren Beobachtern gemessen worden. Herr F. Ehrenhaft[1]) hat zuerst über solche Messungen berichtet, welche an Teilchen ausgeführt waren, die einem mit Platin-, Silber- oder Goldelektroden brennenden Lichtbogen entstammten. Herr K. Przibram[1]) hat nach der Methode Herrn Ehrenhafts die Ladungen an Nebelteilchen verschiedener Herkunft gemessen. Unabhängig von diesen Forschern hat Herr R. A. Millikan[2]) nach der gleichen Methode die Ladungen von Öltröpfchen bestimmt, welche durch einen Zerstäuber hergestellt waren.

Als zu messende Größen treten bei der von allen drei Beobachtern benutzten Methode die Beweglichkeit v_1 der Nebeltröpfchen in einem elektrischen Felde $\mathfrak{E}$, diejenige in dem Gravitationsfelde (v_2) und die Dichte s der Tröpfchen auf. Die Ladung ε' der Tröpfchen ergibt sich dann nach der Formel[3]):

$$\varepsilon' = \frac{18\pi\mu^{3/2}}{\sqrt{2s\cdot g}} \cdot \frac{v_2^{1/2}\cdot(v_1+v_2)}{\mathfrak{E}}, \qquad (1)$$

wo μ die Viskosität des die Teilchen umgebenden Gases, g die Erdbeschleunigung bedeutet.

Diese Formel setzt die Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes voraus. Herr E. Cunningham[4]) hat indessen gezeigt, daß dieses Gesetz eine Korrektur erfordert, wenn die freie Weglänge des Gases gegen die Radien der Tröpfchen in Betracht kommt. Herr Millikan[5]) kann an seinen Beobachtungen nachweisen, daß die Cunninghamsche Korrektur mit der Erfahrung übereinstimmende Werte liefert, wenn der in der Cunninghamschen Formel auftretende Faktor f gleich Null gesetzt wird. Der korrigierte Wert ε für die Ladung der Tröpfchen wird dann:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon'}{\left(1+\frac{A\cdot l}{a}\right)^{3/2}}, \qquad (2)$$

wo l die freie Weglänge der Moleküle, a der Radius der Tröpfchen und A ein Zahlenfaktor, nämlich $\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}\cdot\pi$ ist.

Herr Ehrenhaft hält es nach seinen Messungen für wahrscheinlich, daß Ladungen existieren, welche nur einen Bruchteil der bisher als unteilbar gedachten elektrischen Elementarladung betragen, so daß also ein unteilbares Elektrizitätsatom von der Größenordnung 10^{-10} e. s. E. nicht als bestehend angenommen werden müßte[6]). Auch Herr Przibram findet keine Möglichkeit, die von ihm beobachteten Ab-

1) F. Ehrenhaft, Wiener Akademischer Anzeiger, 21. April 1910, Nr. X, Sitzungsberichte d. Wiener Akademie Bd. CXIX, Abt. IIa, Mai 1910, diese Zeitschr. 11, 619 bis 630 und 940—952, 1910.

1) K. Przibram, Sitzungsberichte d. Wiener Akademie Bd. CXIX, Abt. IIa, Juni 1910, diese Zeitschr. 11, 630 bis 632, 1910.

2) R. A. Millikan, American Physical Society, 23. April 1910, Science, 30. Sept. 1910, diese Zeitschr. 11, 1097 bis 1109, 1910.

3) Ehrenhaft, Przibram, Millikan, l. c.

4) Cunningham, Proc. Roy. Soc. 83, 357—365, 1910.

5) Millikan, diese Zeitschr. 11, 1106—07, 1910.

6) Diese Zeitschr. 11, 630, 1910.

weichungen von der bekannten Elementarladung zu erklären. Nach den ganz kürzlich veröffentlichten Angaben Herrn Przibrams[1]) sind zwar die Häufigkeitsstellen der im Phosphornebel beobachteten Ladungen nach Anbringung der Cunningham-Millikanschen Korrektur in besserer Übereinstimmung mit den bisher bekannten Werten für das Elementarquantum, jedoch bleiben die kleinsten, die Elementarladung unterschreitenden Werte unaufgeklärt.

Im Gegensatze hierzu beobachtet Herr Millikan als kleinste Ladung eine solche von $4{,}90 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. und durch sorgfältige Elimination aller Störungsquellen gelingt es ihm, diesen Wert so genau festzulegen, daß der wahrscheinliche Fehler dieses Resultates, aus den Abweichungen der einzelnen Beobachtungen berechnet, nur ungefähr $^1/_{10}$ Proz. beträgt, wozu allerdings noch die auf ungefähr $^1/_2$ Proz. geschätzte Unsicherheit in dem benutzten Werte der Viskosität der Luft hinzukommt. Größere Ladungen stellen sich innerhalb der Versuchsfehler immer als ganze Vielfache dieses Elementarquantums dar.

Gelegentlich eines Referates über diese Arbeiten habe ich Versuche mit der von den genannten Beobachtern benutzten Methode angestellt und ich möchte über meine diesbezüglichen Erfahrungen, sowie über einige Messungen im folgenden berichten.

Die von mir benutzte Versuchsanordnung lehnt sich, was die Beleuchtung und die Mikroskopvergrößerung betrifft, am meisten an die von Herrn Przibram verwendete an.

Der Kondensator, welchen ich gebrauchte, ist in Fig. 1 in der Aufsicht, in Fig. 2 im Durchschnitt dargestellt. Er besteht aus einem Hartgummiklotz aa von 15 mm Dicke, in welchen ein Loch von 20 mm Durchmesser gebohrt war. In dieses paßten zwei massive Kupferstücke bb in Form eines längs der Achse durchschnittenen Zylinders dergestalt hinein, daß zwischen den planen Flächen ein Raum cc von 2,5 mm Höhe, 20 mm Breite und 15 mm Tiefe entstand, der durch die Deckgläser dd (mit Hilfe von Kanadabalsam luftdicht angekittet) abgeschlossen war. Die Durchbohrungen in den konischen Stiften ee, sowie eine entsprechende (in Fig. 1 gestrichelt gezeichnete) in den Kupferstücken bb vermittelten die Kommunikation mit der Kammer cc; gleichzeitig dienten sie zur Zuführung der elektrischen Spannung. Die massiven, von Hartgummi umgebenen Kupferstücke waren für die Erhaltung des Wärmegleichgewichtes günstig. Beobachtet wurde durch das Zeißsche achromatische Objektiv AA ($f = 17$ mm, freier Objektabstand = 7,5 mm) und das Kompensationsokular 6, in welchem sich ein Okularnetzmikrometer (5 mm in Felder von 1 mm Seite geteilt) befand. Die Vergrößerung war ungefähr 90fach. Die Beleuchtung geschah durch eine Nernstlampe, deren Licht, nachdem es einen 45 cm langen Trog mit Wasser durchlaufen hatte, durch eine Linse, schräg gegen die Mikroskopachse gerichtet, in den Raum cc fiel.

Wurde in den Kondensatorraum z. B. Sauerstoff geleitet, welcher durch lebhafte Elektrolyse von 10 Proz. Kalilauge hergestellt war und welcher, wie Herr Przibram[1]) gezeigt hat, geladene Nebeltröpfchen mit sich führt, so konnten die einzelnen Tröpfchen bei passender Richtung der Beleuchtung leicht als helle Pünktchen auf

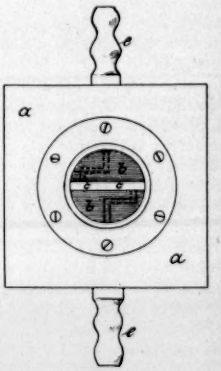

Fig. 1.

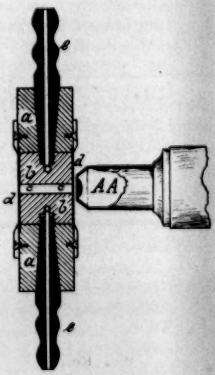

Fig. 2.

schwach erleuchtetem Grunde beobachtet werden. Die Tröpfchen fielen unter der Wirkung der Erdschwere nach abwärts, durch eine an die Kondensatorplatten bb angelegte, von einer Akkumulatorenbatterie entnommene Spannung konnten die passend geladenen wieder gehoben werden.

Gleich bei den ersten Versuchen, welche ich anstellte, erschien es mir auffällig, wie leicht es war, die Bestimmung der Fallgeschwindigkeit und der elektrischen Beweglichkeit an ein und demselben Tröpfchen beliebig oft hintereinander zu machen, so daß es keine Schwierigkeiten bereitete, ein Teilchen stundenlang hintereinander zu beobachten[2]). Es will mir scheinen, daß dies bei den Versuchen der Herren Ehrenhaft und Przibram nicht der Fall war. Denn Herr

1) Diese Zeitschr. 12, 62—63, 1911.

1) Sitzungsberichte d. Wiener Akademie, Abt. IIa, 1910 (30 Juni).

2) Gleiches war bei den Messungen Herrn Millikans der Fall.

Ehrenhaft gibt gar keine wiederholten Messungen[1]) an ein und demselben Teilchen an. Herr Przibram betont zwar, wie wichtig die wiederholte Messung an demselben Teilchen für die Bewertung der Genauigkeit der Beobachtungen ist, nur ein kleiner Teil seiner Messungen besteht indessen aus Doppelbeobachtungen. Diese sind bei sorgfältiger Einstellung des Apparates gelungen, durch die es möglich war, ein Teilchen so lange in der Einstellebene zu halten, daß eine Doppelmessung, d. h. eine zweimalige Messung der elektrischen Beweglichkeit und eine zweimalige der Fallgeschwindigkeit, möglich gewesen sei[2]).

Bei meinen Beobachtungen stieß ich erst auf Schwierigkeiten, ein und dasselbe Teilchen mehrmals zu beobachten, als ich die Einstellebene näher an die zum Abschluß des Kondensatorraumes dienenden Deckgläschen verlegte. Befand sich dieselbe z. B. in einer Entfernung von dem Deckglase, die gleich der Distanz der Kondensatorplatten (2,5 mm) war, so war die mehrmalige Beobachtung eines Tropfens schwierig, häufig gar unmöglich.

Die Erklärung für diese Erscheinung sehe ich in folgendem: In der Nähe des Randes des Kondensators findet eine Streuung der Kraftlinien desselben in der Weise statt, daß die Kraftlinien das abschließende Deckglas treffen. Hierdurch entsteht nun an und für sich eine Abweichung der Kraftlinien von der Vertikalen; die dadurch hervorgerufene Störung wird jedoch in ganz unkontrollierbarer Weise durch den Umstand vergrößert, daß die in den Kondensator gebrachten geladenen Teilchen den Kraftlinien bis zu einem gewissen Betrage folgen[3]) und sich auf dem nichtleitenden Deckglase absetzen. Ihre dort sitzende Ladung kompensiert dann teilweise das Feld des Kondensators, und es ist verständlich, daß dieser Umstand das Kondensatorfeld bis auf eine relativ große Entfernung von dem Rande desselben stören kann. Die Bewegung der Teilchen gegen das Deckglas hin und ihre Ablagerung auf demselben konnte mit einem schwachen Objektiv mit größerer Tiefenschärfe auch direkt beobachtet werden. Durch diese Verhältnisse wird natürlich eine zu kleine Beweglichkeit der geladenen Teilchen vorgetäuscht, da sie nicht der nominellen an den Kondensatorplatten liegenden Spannung, sondern einer kleineren entspricht. Auch diese geringere Beweglichkeit in der Nähe des Deckglases konnte direkt beobachtet werden. Unter solchen Umständen berechnete Ladungen von Teilchen fallen natürlich zu klein aus.

Einen wirksamen Schutz gegen die beobachteten Störungen bietet ein Kondensator, bei dem die Breite und Tiefe (Dimension in Richtung der Mikroskopachse) groß ist gegen die Distanz der Kondensatorplatten. Als Kriterium für ein störungsfreies Feld muß ich die leichte Möglichkeit hinstellen, ein und dasselbe Tröpfchen vielmals hintereinander abwechselnd im elektrischen und im Gravitationsfelde zu beobachten, ohne daß es die Einstellebene merklich verläßt. Bei dem von mir benutzten Kondensator war das Verhältnis von Tiefe zu Höhe $= 6:1$. Die Möglichkeit, ein Teilchen stundenlang zu beobachten, läßt dieses Verhältnis als ausreichend erscheinen. Die Einstellung des Mikroskopes mußte bei solchen Beobachtungen nur von Zeit zu Zeit korrigiert werden, da die von mir beobachteten Teilchen die Brownsche Molekularbewegung zeigten, durch welche sie natürlich kleine Verschiebungen in Richtung der Achse des Mikroskopes erleiden.

Inwieweit die Messungen der Herren Ehrenhaft und Przibram durch die oben beschriebenen Umstände beeinflußt worden sind, entzieht sich meiner näheren Prüfung. Die Kondensatoren I und II, welche Herr Przibram zu seinen Messungen benutzt hat, haben ein Verhältnis von Tiefe zu Höhe $= 2:1$, resp. $1:1$[1]), bei seinen letzten Messungen benutzt Herr Przibram einen Kondensator von 0,4 cm Plattenabstand. Herr Ehrenhaft gibt die Dimensionen seines Kondensators nicht an; sie müssen beträchtlich kleiner gewesen sein, denn das benutzte Zeißsche Objektiv *C* hat bei einer Brennweite von 7 mm nur einen freien Objektabstand von 1,8 mm[2]). Herr Millikan verwendet bei seinen Messungen einen Kondensator, bei dem das Verhältnis der Breite der Kondensatorplatten zu ihrer Distanz bemerkenswert groß ist: der Kondensator besteht nämlich aus runden Messingplatten von 20 cm Durchmesser, welche durch Ebonitklötzchen in einer Distanz von 1,6 cm gehalten werden, das Verhältnis von Breite zu Höhe ist also $12,5:1$. Eine Störung des Kondensatorfeldes in der Mitte durch irgendwelche Vorgänge am Rande kann bei diesen Verhältnissen als absolut sicher vermieden gelten.

Im folgenden möchte ich die Resultate mitteilen, welche ich mit meinem Kondensator an Öltröpfchen, an Kalilaugetröpfchen und an Teilchen erhalten habe, welche einem zwischen Silberelektroden brennenden Lichtbogen entstammten.

1) Es bezieht sich dies auf die früheren Messungen Herrn Ehrenhafts. Bei den jüngst publizierten (s. Nachtrag) werden einige wiederholte Messungen mitgeteilt.

2) Wien. Akad. Ber. 119, 877, 1910.

3) Nicht vollständig, denn sie stehen unter der gleichzeitigen Wirkung der Erdschwere.

1) l. c.

2) Nach den Angaben im Kataloge von C. Zeiß.

Als Mittel zur Erzeugung von Öltröpfchen fand ich eine Gaedesche Ölkapselpumpe geeignet. Mit der von derselben gelieferten Druckluft entwich bei meiner Pumpe ein bei passender Beleuchtung gut sichtbarer Nebel, der aus Öltröpfchen bestand. Wurde nämlich die Pumpe längere Zeit laufen gelassen, so wurden in einer Vorlage bald einige Tröpfchen erhalten, die zu einer Bestimmung des spezifischen Gewichtes ausreichten. Dasselbe betrug 0,8945. In der Tabelle I sind die Beobachtungen an vier Teilchen zusammengestellt. Die erste Kolonne gibt die Nummer des Tröpfchens, die zweite die Zeit t_{G}, die das Teilchen brauchte, um über die Strecke von 0,0928 cm durch das elektrische Feld gehoben zu werden, die dritte, die für das Durchfallen der gleichen Strecke benötigte Zeit $t_{\text{@}}$[1]). Beide Größen wurden bei ein und demselben Tröpfchen immer mehrere Male bestimmt. Die Mittelwerte der abgelesenen Zeiten sind in Tabelle I am Schlusse der jedes Teilchen betreffenden Zahlen angegeben. Die Abweichungen der einzelnen beobachteten Zeiten von den Mittelwerten sind wenigstens zum Teil auf die Brownsche Molekularbewegung zurückzuführen, welche sich bei allen von mir beobachteten Teilchen bemerkbar machte.

Herr Millikan hat angegeben, wie man durch Bestrahlen mit Radium, d. h. durch Erzeugen einer starken Ionisation die Ladung der Tröpfchen verändern kann. Es gelang mir dies in der von Herrn Millikan mitgeteilten Weise; eine Änderung der Ladung wurde vorzugsweise erreicht, wenn das elektrische Feld des Kondensators abgeschaltet war; in mehreren Fällen änderte das Teilchen seine Ladung jedoch auch, wenn das Kondensatorfeld wirksam war. Herr Millikan hat die Erklärung hierfür gegeben[2]). An dem Teilchen Nr. 41, Tabelle I ist die Wirkung der Ladungsänderung an der veränderten elektrischen Beweglichkeit (t_{G}) in den einzelnen Serien *a b c* usw. ersichtlich. Tabelle I gibt nur einen Teil der Beobachtungen wieder, in Tabelle II sind die aus sämtlichen Beobachtungen berechneten Ladungen der Teilchen zusammengestellt. Die Tröpfchen sind nach ihrer Größe angeordnet. Kolonne 1 gibt die Nummer der Tröpfchen. Die Bezeichnung 41 *a b c* usw. bedeutet wie in Tabelle I, daß an demselben Teilchen die Ladung durch Bestrahlen mit Radium geändert wurde. Jede Nummer entspricht einer größeren Anzahl Einzelablesungen (siehe Tabelle I); der ganzen Tabelle II (19 Ladungswerte) liegen 160 Einzelbeobachtungen zugrunde.

1) Die benutzte Stechuhr ließ 0,2″ ablesen.
2) l. c.

Tabelle I.
Öltröpfchen.

Nr.	t_{G}	$t_{\text{@}}$
37	16,8″	65,0″
	15,0	61,0
	15,1	60,0
	15,1	62,4
	15,1	62,8
	16,1	61,6
	14,1	63,9
	14,3	65,5
Mittel	15,2″	62,77″
38	15,0″	45,8″
	13,2	46,2
	13,3	44,3
	13,4	49,0
		47,2
Mittel	13,72″	46,5″
39	21,7″	46,6″
	21,7	55,8
	21,0	44,0
	20,0	47,4
	18,8	52,0
	20,0	45,1
	18,2	49,2
	19,0	49,0
	20,0	54,7
	19,2	48,7
	18,8	49,8
		51,0
		51,0
Mittel	19,85″	49,56″
40	32,8″	51,2″
	30,0	45,0
	31,6	51,8
	30,2	57,0
Mittel	31,15″	51,25″
41 a	28,0″	30,6″
	29,7	32,0
	26,8	30,4
	27,6	30,4
	27,7	29,7
	26,9	32,2
	28,4	29,9
	26,2	31,2
		31,5
Mittel	27,66″	31,65″
	Ladung mit Radium verändert	
41 b	290 ″	32,1″
	275	33,1
	200	31,0
	245	30,4
Mittel	252,5″	32,15″
	Pause; Ladung durch Radium verändert	
41 c	14,7″	36,7″
	13,8	31,8
	13,4	35,4
	12,5	36,7
	13,2	34,6
	13,8	33,4
	13,0	32,7
	12,8	36,0
	12,8	34,0
	13,0	33,0
	12,8	35,5
	12,8	35,8
Mittel	13,22″	34,63″
	Ladung durch Radium verändert	
41 d	23,0″	37,0″
	24,2	37,0
	23,8	32,0
	23,8	36,2
	23,0	34,8
	22,5	34,3
	25,0	34,0
	22,0	33,8
	23,8	37,6
	22,6	32,3
Mittel	23,37″	34,90″
41 e	22,8″	31,0″
	23,8	34,6
	22,9	37,8
	22,7	36,3
	22,5	34,8
	21,3	33,2
	21,3	36,5
	21,8	
Mittel	22,39″	34,89″
	Ladung durch Radium verändert	
41 f	12,1″	34,0″
	13,3	36,0
	13,3	36,0
Mittel	12,9″	35,33″

Tabelle II.

Öltröpfchen.

Nr.	$a \cdot 10^5$ cm	$\varepsilon \cdot 10^{10}$ e. s. E.	$\varepsilon \cdot 10^{10}$ e.s.E.	n	$\varepsilon \cdot 10^{10}$ e.s.E.
37	3,35	27,39	19,86	4	4,96
40	3,74	7,19	5,37	1	5,37
39	3,81	26,61	20,00	4	5,00
38	3,95	36,76	27,87	5	4,65
41f	4,58	17,97	14,12	3	4,71
41e	4,61	12,44	9,79	2	4,90
41d	4,61	12,13	9,54	2	4,77
41c	4,63	17,75	13,98	3	4,66
41b	4,82	6,30	5,01	1	5,01
41a	4,94	12,29	9,81	2	4,90
44b	5,73	16,95	13,94	3	4,65
44a	5,84	11,62	9,59	2	4,79
43f	6,99	11,55	9,82	2	4,91
43e	6,99	17,01	14,46	3	4,82
43d	6,99	11,41	9,70	2	4,85
43c	7,01	16,90	14,37	3	4,79
43b	7,04	21,69	18,45	4	4,61
43a	7,24	16,70	14,22	3	4,78
42	7,98	16,65	14,43	3	4,81

Mittel: $\varepsilon = 4{,}84 \cdot 10{-}10$ e. s. E.

In Kolonne 2 ist der Radius a der Tröpfchen angegeben. Derselbe wurde unter Benutzung der Cunningham-Millikanschen Korrektur für das Stokessche Gesetz berechnet. Die innere Reibung μ der Luft wurde für Zimmertemperatur (20°) gleich $1{,}82 \cdot 10^{-4}$ gesetzt[1]); die mittlere Weglänge l der Luft wurde aus der Reibung μ, der Molekulargeschwindigkeit c und der Dichte ρ der Luft nach der Formel

$$l = \frac{3\mu}{\rho \cdot c}$$

berechnet.

Die Spalte 3 gibt die mit der unkorrigierten Stokesschen Formel nach (1) berechneten Ladungen ε' der Tröpfchen.

Spalte 4 gibt die Ladungswerte nach Anbringung der Cunningham-Millikanschen Korrektur (2). Die Korrektur macht bei dem kleinsten Teilchen Nr. 37 27 Proz., bei dem größten Teilchen Nr. 42 nicht ganz 13 Proz. aus. Spalte 5 enthält die Faktoren n, durch welche die in Spalte 4 angegebenen Ladungen geteilt werden müssen, um die Elementarladung zu ergeben. Es ist ersichtlich, daß dies ohne Zwang möglich ist. Der Mittelwert aller 19 beobachteten Ladungen ist $4{,}84 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. Die Abweichungen der einzelnen Werte sind nicht größer als sie nach der Abweichung der einzelnen, jedem Werte zugrunde liegenden Ablesung zu erwarten sind. Man betrachte z. B. Teilchen Nr. 40, dessen Ladung einigermaßen hoch ($5{,}37 \cdot 10^{-10}$) ausfällt. Die vier Zeitmessungen, die zur Bestimmung der Fallgeschwindigkeit gemacht wurden, sind nach Tabelle 1:51,2″, 45,0″, 51,8″ und 57,0″. Diese Abweichungen sind nach meinem Dafürhalten zum größten Teile durch die noch vorhandene Brownsche Molekularbewegung verursacht, doch ist natürlich der Nachweis schwer, ob nicht noch Wärmewirkungen der Beleuchtung vorhanden waren; die von mir benutzte Anordnung läßt indessen die letztgenannte Störungsursache als unwahrscheinlich erscheinen. Es kann indessen keinem Zweifel unterliegen, daß die in Spalte 4 angegebenen Ladungen sich als Multipla eines Elementarquantums von der Größe $4{,}84 \cdot 10^{-10}$ darstellen.

In Tabelle III ist in gleicher Weise wie in Tabelle I ein Teil der Beobachtungen an Kalilaugetröpfchen verzeichnet. Tabelle IV gibt in gleicher Weise wie Tabelle II die berechneten Radien und Ladungen der Tröpfchen. Die Tröpfchen wurden in der von Herrn Przibram angegebenen Weise mit dem Sauerstoff, welcher durch lebhafte Elektrolyse einer 10 proz. Kalilauge erhalten war, in den Kondensator eingeführt. Die Viskosität des Sauerstoffs bei 20° wurde gleich $1{,}985 \cdot 10^{-4}$[1]), die Dichte der Tröpfchen gleich der Dichte der Kalilauge (1,1544) gesetzt. Unter diesen Annahmen resultiert bei den Kalilaugetröpfchen die Elementarladung zu $4{,}88 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. Wie aus Tabelle IV ersichtlich, lassen sich die beobachteten Ladungen zwanglos als Multipla dieser Zahl darstellen[2]).

Alle Beobachtungen an Kalilaugetröpfchen waren bei einer Feldstärke von etwa 490 Volt/cm angestellt, ebenso diejenigen an den Öltröpfchen Nr. 42—44, an den Öltröpfchen Nr. 37—41 bei geringerer Feldstärke. Hierdurch waren die Bedingungen für die Beobachtungen kleiner Ladungen günstig, so daß unter den 32 beobachteten Ladungen 7 mal die einfache Ladung des Elementarquantums auftrat. Obwohl also die Zahl der beobachteten Ladungen gering ist, ist es doch wahrscheinlich, daß sich geringere Ladungen, falls sie existieren, bemerkbar gemacht hätten.

Während ich bei den Öltröpfchen und den Kalilaugetröpfchen somit das Resultat erhalten habe, daß sich die Ladungen dieser Tröpfchen als Multipla eines Elementarquantums von ca. $4{,}9 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. darstellen, gelang mir dies nicht bei Nebelteilchen, welche ich nach den Angaben Herrn Ehrenhafts durch einen in

1) Nach Millikan, l. c.

1) Landolt-Börnstein, Tabellen S. 46.

2) Tropfen 48 gibt etwas abweichende Ladungen. Man betrachte die Mittelwerte für die Fallzeiten (tg) in Tabelle III. Es ist ersichtlich, daß die Abweichungen in der Beobachtung liegen.

Tabelle III. Kalilaugetröpfchen.

Teilchen Nr.	t_E in sek.	t_B in sek.	Teilchen Nr.	t_E in sek.	t_B in sek.
48a	10,4″	34,7″	50	115,2″	24,0″
	10,3	32,0		127,2	28,8
	10,2	29,0		111,2	22,2
	9,4	32,3		105,8	24,0
	10,2	28,8			
	9,3	30,1	Mittel	114,85	24,75
	9,8	31,8			
	9,8	31,0	51	23,8″	38,4″
	10,1	33,3		27,5	37,4
	9,4	33,6		24,8	39,0
				24,6	37,2
Mittel	9,89″	31,66″		24,8	40,0
				23,6	36,8
48b	26,3″	31,7″		23,8	32,8
	23,2	32,6		23,2	37,4
	25,6	34,5		26,6	38,6
	26,9	31,8		25,8	34,8
	28,6	32,7			
	27,0	37,6	Mittel	24,85″	37,24″
	26,7	34,6			
	26,6	30,6	52	16,2″	25,0″
	26,0	33,2		16,2	26,0
	24,8	31,4		15,4	24,8
				15,8	25,2
Mittel	26,17″	33,07″		16,6	23,6
	Mit Radium Ladung verändert, erst in das entgegengesetzte Vorzeichen, dann wieder in das richtige			15,4	23,8
				16,0	23,4
				15,4	25,6
				16,0	25,4
				15,2	
			Mittel	15,82″	24,75″
	25,0″	31,1	53	9,4″	36,7″
	25,0	30,0		9,6	37,5
	22,3	31,0		9,6	37,5
	23,5	30,8		9,6	37,0
	24,4	29,4		9,5	37,2
	wird ungeladen	30,8		8,9	37,8
				9,4	38,1
Mittel	24,04″	30,52″		9,6	36,3
				9,8	36,2
Mittel für b	25,46″	—		9,2	38,3
Mittel für a und b	31,94″		Mittel	9,46″	37,26″

Tabelle IV. Kalilaugetröpfchen.

Nr.	$a \cdot 10^5$ cm	$\varepsilon' \cdot 10^{10}$ e.s.E.	$\varepsilon \cdot 10^{10}$ e.s.E.	n	$\varepsilon \cdot 10^{10}$ e.s.E.
45	3,48	6,64	4,82	1	4,82
53	4,04	12,69	9,59	2	4,80
51	4,04	6,42	4,86	1	4,86
54	4,21	18,02	13,77	3	4,59
48a	4,39	13,48	10,41	2	5,20
48b	4,39	7,17	5,53	1	5,53
46	4,46	12,04	9,35	2	4,66
47	4,56	6,55	5,10	1	5,10
52	5,04	12,17	9,69	2	4,84
50	5,04	5,77	4,59	1	4,59
56	5,41	17,26	13,94	3	4,65
57	5,49	11,99	9,71	2	4,86
55	6,05	23,96	19,76	4	4,94
			Mittel $\varepsilon = 4{,}88 \cdot 10^{-10}$ e.s.E.		

trockener Luft[1]) brennenden Lichtbogen zwischen Silberelektroden (Stromstärke 2—3 Ampere, von der Zentrale [110 Volt] entnommen) hergestellt hatte. Ich erkläre mir diesen Mißerfolg durch den Umstand, daß neben der Zerstäubung des Elektrodenmaterials auch eine nicht zu vernachlässigende Bildung von Stickoxyden durch den Silberlichtbogen auftritt. Auch Herr Ehrenhaft hat diese Bildung von Stickoxyden beobachtet, mißt ihr aber keine Bedeutung bei, da die Quantität der Stickoxyde infolge der kurzen Dauer des Lichtbogens minimal sei[1]). Ich kann dem nicht zustimmen. Denn wenn auch nur kleine Quantitäten von Stickoxyden gebildet werden, so ist doch zu bedenken, daß auch nur geringe Mengen Elektrodenmaterials als Partikelchen zerstäubt werden. Auch dürfte es nicht auf die Brenndauer des Lichtbogens, sondern vielmehr nur auf das Verhältnis der Menge der gebildeten Stickoxyde zu derjenigen der Silberpartikelchen ankommen.

Ferner scheint mir die Quantität der gebildeten Stickoxyde nicht so unbeträchtlich zu sein. Ist doch bekannt, daß die Bildung der Stickoxyde durch den Lichtbogen zur Herstellung von Salpetersäure technisch verwertet wird. Um ein Urteil hierüber zu gewinnen, ließ ich den Lichtbogen zwischen Silberelektroden mit 2 bis 3 Ampere eine halbe Stunde lang brennen. Die braunen Dämpfe der Stickoxyde waren in dem 5 Liter haltenden Gefäß kräftig sichtbar, auch ihr Absorptionsspektrum war zu beobachten. Selbst bei einer Brenndauer des Bogens von nur 1 Minute waren die in einer Vorlage kondensierten Stickoxyde bereits sichtbar. Ob die von den Stickoxyden in Gemeinschaft mit dem gleichfalls vom Lichtbogen erzeugten Ozon gebildeten Nebel[2]) in Betracht kommen, möchte ich dahingestellt sein lassen. Daß aber die drei Körper: Silberpartikelchen, Stickoxyde und Ozon eine Verbindung eingehen, halte ich für wahrscheinlich[3]).

So erhielt ich denn auch bei Ladungsbestimmungen, welche ich an so hergestellten Teilchen in dem gleichen Kondensator ausführte, der zu den bereits beschriebenen Messungen gedient hatte, Werte, welche den oben mitgeteilten Resultaten widersprachen. Es liegt dies meines Erachtens an der Unsicherheit, die infolge der dargelegten Verhältnisse über die Beschaffenheit und die Dichte der Teilchen be-

1) Die Luft war durch ein langes Rohr mit Phosphorpentoxyd getrocknet.

1) Wiener Akademieberichte **119**, 940 (Fußnote), 1910.
2) G. Leithäuser u. R. Pohl, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **10**, 249—255, 1909.
3) Nachdem die Stickoxyde abgesaugt waren, wurde in das Gefäß etwas destilliertes Wasser gebracht. Der vom Lichtbogen gebildete Beschlag löste sich klar auf; ein Tropfen Salzsäure erzeugte einen dichten Niederschlag von Chlorsilber.

steht. Es ergab sich der kleinste beobachtete Ladungswert zu $1{,}4 \cdot 10^{-10}$ e. s. E., wenn die Dichte des Silbers eingesetzt wurde. Setzte ich die Dichte indessen = 1, so wurde die Ladung desselben Teilchens = $8{,}0 \cdot 10^{-10}$ e. s. E. Dieser große Unterschied rührt zum Teil daher, daß bei Einsetzung der Dichte des Silbers die Radien so viel kleiner ausfallen, die Cunningham-Millikansche Korrektur infolgedessen die Ladung prozentisch viel stärker verkleinert. Weder diese beiden Werte noch die sonst bestimmten stimmen aber mit dem an den Kalilauge- und Öltröpfchen in demselben Apparate gemessenen Werte des Elementarquantums oder dessen Vielfachem überein, so daß mir die auf solche Weise hergestellten Nebelteilchen kein geeignetes Objekt für derartige Bestimmungen zu sein scheinen.

Als Resultat dieser Arbeit möchte ich hinstellen:

1. Der Wert der kleinsten elektrischen Ladung liegt in der Nähe des von Herrn Millikan angegebenen:

$$4{,}90 \cdot 10^{-10} \text{ e. s. E.}$$

2. Es wird auf zwei Störungsquellen bei Ladungsmessungen einzelner Nebelteilchen aufmerksam gemacht.

Den Herren Alberti, Diesener und Mönch danke ich für Hilfe bei den Ablesungen.

Dankend möchte ich ferner erwähnen, daß die mikroskopischen Einrichtungen und die Kapselpumpe, welche bei den beschriebenen Messungen benutzt wurden, Mitteln entstammen, welche die Jagor-Stiftung in Berlin gewährt hat.

Nachtrag bei der Korrektur: In Heft 3 dieser Zeitschrift teilt Herr Ehrenhaft weitere Versuche mit einem Kondensator mit, der im günstigsten Falle ein Verhältnis von Tiefe zu Plattendistanz von 2,7 : 1 hat. Nach meinen Erfahrungen können auch hierbei Störungen durch Ladungen auf den Deckgläsern nicht als ausgeschlossen gelten. Es erscheint auch auffällig, daß Herr Ehrenhaft angibt, daß die Zahlen für die Hebezeiten im elektrischen Felde durchaus größere Schwankungen aufweisen als die Fallzeiten im Erdfelde. Es scheint mir dies auf Störungen hinzuweisen. Bei den von mir angestellten Messungen war dies nicht der Fall.

Die Berechtigung, den Faktor f in der Cunninghamschen Formel gleich o zu setzen, entnehme ich den Versuchen Herrn Millikans. Nur bei Einsetzung dieses Faktors ergeben sich bei verschiedenen Radien der Tröpfchen konstante Werte der Einheitsladungen. $f = 1$ würde mit abnehmendem Radius abnehmende Werte für e ergeben. Eine solche kontinuierliche Abnahme der Ladungseinheit mit dem Radius anzunehmen, liegt aber nach den Versuchen Herrn Millikans und nach den oben mitgeteilten, keine Veranlassung vor.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität, 31. Januar 1911.

(Eingegangen 4. Februar 1911.)

BERICHT ÜBER DEN INTERNATIONALEN KONGRESS FÜR RADIOLOGIE UND ELEKTRIZITÄT ZU BRÜSSEL VOM 13.—15. SEPTEMBER 1910.

1. Aus der Sektion für Radiologie:

I. Nomenklatur und Radiumstandard.

Von Otto Hahn.

Die Tagesordnung des vom 13.—15. September 1910 in Brüssel stattgehabten Kongresses für Radiologie und Elektrizität umfaßte einerseits eine ziemlich große Anzahl von Einzelvorträgen über physikalische, chemische und biologische Arbeiten auf dem Gebiete der Radiologie, andererseits Besprechungen über eine internationale Terminologie und einheitliche Methode der Dosierung radioaktiver Stoffe, also auch eines einheitlichen Radiumstandards.

Über die Besprechungen und Abmachungen auf dem Gebiete der Terminologie und Meßmethodik soll im folgenden berichtet werden.

Was die Terminologie anbelangt, so hatte die Deutsche physikalische Gesellschaft einige Punkte vorbereitet, die vom Verfasser nach Rücksprache mit den anwesenden deutschen Herren in etwas abgekürzter Form beim Kongreß verlesen und ohne weitere Diskussion zur Kenntnis genommen wurden.

Von den auf die radioaktive Terminologie bezüglichen Vorschlägen seien die folgenden kurz wiedergegeben:

Die Zeit, in der die Aktivität einer einheitlichen Substanz um die Hälfte abnimmt, wird als Halbwertzeit, eventuell Halbierungszeit bezeichnet, keinesfalls aber als halbe Lebensdauer.

Der bis jetzt manchmal noch gebrauchte Ausdruck „induzierte Aktivität“ für „aktiver Niederschlag“ soll vermieden werden, denn bei-

spielsweise sind Radium *A*, *B*, *C* keine Eigenschaften, sondern Substanzen mit ganz bestimmten physikalischen und chemischen Eigenschaften.

Bezüglich der Namen der zahlreichen radioaktiven Produkte wurde eine Änderung nicht durchgeführt. Einige Vorschläge betreffs neuer Namengebung einzelner oder gar aller Zerfallsprodukte wurden nach kurzer interner Besprechung abgelehnt. Eine Notwendigkeit für Namenänderungen liegt auch nicht vor, z. B. Radium *C* oder Mesothorium sind komplexe Körper. Soll ihre komplexe Natur hervorgehoben werden, so geschieht dies leicht durch die Indizes 1 und 2, z. B. Radium C_1 und C_2, Mesothorium 1 und Mesothorium 2; soll nur, wie dies für fast alle Fälle hinreicht, die zusammengehörige Gruppe bezeichnet werden, so genügt der Name Radium *C* und Mesothorium.

Sehr viel schwieriger als die Fragen der Terminologie sind die nach einer einheitlichen Messung radioaktiver Produkte und nach einem internationalen Radiumstandard. Die gleichmäßige und richtige Messung der verschiedenen radioaktiven Substanzen ist eine der brennendsten, aber auch schwierigsten Fragen, die in der nahen Zukunft gelöst werden müssen. Da die verschiedenen Substanzen ganz verschieden charakterisierte Strahlen aussenden und sich alle Messungen in letzter Linie auf eine Messung der Strahlen stützen, so müßte eigentlich für eine jede Substanz ein eigener Standard vorhanden sein. In Praxis ist dies z. Z. nicht durchführbar; es wurde daher vorläufig davon abgesehen, verschiedene Standards für verschiedene Produkte vorzubereiten[1]).

Man begnügt sich daher in fast allen Fällen, die Messungen auf Radium zu beziehen; aber auch hier gibt es noch verschiedene Möglichkeiten, wie derartige Messungen auszuführen sind. Im allgemeinen wird man starke Radiummengen durch ihre γ-Strahlen, geringe durch ihre Emanation quantitativ bestimmen. Die Bestimmung des Emanationsgehaltes wird von den Physikern im allgemeinen durch Vergleich mit der Emanation einer bekannten Radiummenge ausgeführt.

Für balneologische Zwecke hat sich aber besonders in Österreich und Deutschland eine andere Methode eingebürgert, die sich auf die Messung absoluter Stromstärken gründet und als Einheit die sogenannte Macheeinheit benutzt. (Macheeinheit $= {}^1/_{1000}$ abs. elektrostat. Einheit $= 3 \cdot 10^{-13}$ Amp.) Manchmal wird statt der Stromstärke auch nur der Voltabfall in einem Gefäß bestimmter Dimension angegeben. Da es wünschenswert scheint, auch für diese Zwecke und auch für luftelektrische Messungen eine allgemein anerkannte Einheit einzuführen, die natürlich entsprechend den sehr geringen Mengen, um die es sich dabei handelt, sehr klein sein müßte, so wurde der Vorschlag diskutiert, als solche Einheit 10^{-12} gr Radium zu wählen. Doch wurde diese Frage vorläufig zurückgestellt, weil die Methoden zur Herstellung derartig schwacher Standards noch nicht genügend ausgearbeitet sind.

Allgemein wurde aber die Notwendigkeit eingesehen, wenigstens einen starken, international vereinbarten Radiumstandard zu besitzen. Professor Rutherford machte in einer darauf bezüglichen Mitteilung die Vorteile eines solchen Standards klar und wies darauf hin, daß die bis jetzt in den verschiedenen Ländern zum Vergleich verwendeten Radiumstandards um nicht weniger als 20 Proz. voneinander abweichen.

Die Leiter des Kongresses, Mme Curie und Prof. Rutherford schlugen vor, eine internationale Kommission zu wählen, die noch während des Kongresses zusammentreten sollte, um die in der Standard-Angelegenheit notwendigen Fragen zu besprechen. Als Mitglieder der internationalen Kommission wurden von Mme Curie und Prof. Rutherford die nachstehend angeführten Forscher vorgeschlagen und vom Kongreß angenommen. Für Frankreich: Mme Curie, Debierne; England: Rutherford und Soddy; Österreich: Meyer und v. Schweidler; Deutschland: Geitel und Hahn; Verein. Staaten: Boltwood; Canada: Eve. Von diesen Mitgliedern waren Debierne, v. Schweidler und Geitel nicht anwesend, die übrigen formulierten eine Reihe von Besprechungen nachfolgender Punkte, die dem Kongreß vorgelegt und von ihm genehmigt wurden.

Mme Curie als Mitglied der Kommission erklärt sich bereit, einen Radiumstandard herzustellen, der etwa 20 mgr Radium enthält. Die Menge wird so groß gewählt, um eine möglichst genaue Gewichtsbestimmung zu ermöglichen. Da dieses Radiumpräparat nur zum Vergleich mit sekundären Standards Verwendung finden soll, so soll Mme Curie die Kosten für die Herstellung dieses Präparates zurückerstattet bekommen. Sobald dies geschehen ist, wird

1) In neuerer Zeit wird z. B. das Produkt Mesothorium in stark konzentrierter Form in den Handel gebracht. Aus Zweckmäßigkeitsgründen werden die γ-Strahlen mit denen von reinen Radiumsalzen verglichen und danach die Dosierung vorgenommen. Dies ist aber nicht ganz genau richtig, denn die γ-Strahlen des Mesothoriums werden etwas leichter absorbiert als die des Radiums, so daß man durch die Bleischicht hindurch, die man anwenden muß, um alle β-Strahlen abzublenden, keinen ganz genauen Vergleich für die Stärke der beiden Substanzen hat. Das Verhältnis verschiebt sich immer mehr zuungunsten des Mesothoriums, je dicker die bei den Vergleichsmessungen eingeschalteten Bleiplatten gewählt werden.

der Standard Eigentum der internationalen Kommission und soll in zweckentsprechender Weise in Paris aufbewahrt werden. Die Kommission ist der Hoffnung, daß die Regierungen oder wissenschaftliche Gesellschaften die Kosten für die Herstellung des Radiumstandards, die etwa 10000 Mk. betragen, aufbringen werden.

Nach der Herstellung des großen Standards soll die Kommission den verschiedenen staatlichen Laboratorien den Vorschlag machen, sich Vergleichsstandards herzustellen. Da der Pariser Standard naturgemäß ziemlich kostspielig ist, so sollen Versuche angestellt werden, um einen genauen Vergleich geringerer Radiummengen, etwa 1 oder 2 mg, mit dem großen Standard quantitativ zu ermöglichen. Es können dann die kleineren Standards der einzelnen Staatsinstitute mit dem großen Standard geeicht werden, und hierdurch erhalten die einzelnen Länder die Möglichkeit, ihrerseits Radiumeichungen in beliebiger Genauigkeit auszuführen.

Die Kommission untersucht auch noch weiter die Frage der Herstellung ganz niedriger Radiumstandards, wie man sie z. B. bei Aktivitätsbestimmungen von Quellwässern und Quellgasen braucht. Vorläufig ist aber noch nicht genügend Erfahrung darüber gesammelt, wie lange sich sehr schwache Radiumlösungen, deren Gehalt man nur durch die Emanation bestimmen kann, unverändert in Lösung halten, ohne auszufallen.

Da die Radiumemanation neuerdings bei so vielen wissenschaftlichen Untersuchungen Verwendung findet, so wurde es für wünschenswert erachtet, eine Einheit für die Emanationsmenge festzusetzen. Entsprechend einer Anregung des Kongresses wurde der Name „Curie" der Menge Radiumemanation gegeben, die sich im Gleichgewicht mit einem Gramm Radium (als Element) befindet. So würde z. B. die Emanationsmenge, die 1 mg entspräche, $^1/_{1000}$ Curie sein oder auch ein Millicurie genannt werden[1]).

Ob kleineren Radiummengen, etwa der Menge 10^{-12} gr Radium noch spezielle Namen gegeben werden sollen, wurde vorläufig noch unentschieden gelassen, da erst weitere Erfahrungen über die Notwendigkeit einer derartigen Einheit gesammelt werden sollen.

Da die Kommission nicht vollständig versammelt war, so konnten natürlich nicht alle Mitglieder über ihre Meinung zu obigen Punkten befragt werden, deshalb sind auch die Beschlüsse der Kommission noch nicht bindend und können noch weiter ausgebaut und modifiziert werden.

Nur die möglichst rasche Herstellung des internationalen Standards wurde fest vereinbart, so daß zu hoffen steht, daß innerhalb kurzer Zeit die Unterstandards der einzelnen Staatsinstitute für die verschiedenen Länder hergestellt und geeicht werden können.

Als Sekretär der internationalen Kommission wurde Herr Professor Meyer, Wien, gewählt, an den auch alle Mitteilungen betreffs Herstellung der Standards gerichtet werden können.

Man sieht aus den obigen Vorschlägen der Standardkommission, daß jetzt wenigstens einmal der erste Schritt zu einer einheitlichen internationalen Radiummessung getan ist, und es steht außer Zweifel, daß die vielen sich hieran anknüpfenden Fragen in nicht allzu ferner Zeit ihrer Lösung näher gebracht werden.

1) Prof. Boltwood hat neuerdings den beachtenswerten Vorschlag gemacht, den Namen „Curie" nicht nur auf die Emanationsmenge zu beschränken, sondern auf alle Produkte der Uran-Radiumreihe, die mit 1 gr Radium im Gleichgewicht sind, auszudehnen. Man würde dann von einem Curie Ionium, einem Curie Uran X, einem Curie Polonium etc. sprechen können.

Über Meßmethoden und Einheiten in der biologischen Radiumforschung[1]).

Von S. Loewenthal.

Meine Damen und Herren! Durch zwei verschiedene Reihen von Tatsachen sind die medizinischen Kreise gezwungen worden, mit den radioaktiven Substanzen und mit den Methoden ihrer Bestimmung nähere Fühlung zu nehmen; einmal durch die bekannten Wirkungen der Radiumstrahlen auf die Gewebe, insbesondere auf die Haut, andrerseits durch Auffindung von Emanation und radioaktiven Salzen in den Heilquellen.

Seit dem Bekanntwerden dieser Tatsachen hat sich der hoffnungsvolle Enthusiasmus der interessierten Kreise, der an einen ähnlichen Überschwang der Geister nach Entdeckung der Röntgenstrahlen erinnerte, ziemlich gemäßigt, dafür kann man aber heute wenigstens von einem bescheidenen, aber gesicherten Besitzstand der Medizin an biologischen Radiumwirkungen sprechen.

Insbesondere scheint es in diesem Kreise angebracht, darauf hinzuweisen, daß die Methoden der äußeren Radiumbestrahlung in allen Ländern, ganz besonders aber in Frankreich wesentlich verfeinert und vertieft worden sind, und daß eine genaue Dosierung und eine Auswahl bestimmter Strahlengruppen sich hierin ebenso nötig gezeigt hat wie in der Röntgentherapie.

Seit diesen exakteren Methoden sind in der Tat bei Hautkrankheiten, wie auch bei bös-

1) Vortrag, gehalten in der allgemeinen Sitzung des II. Kongr. f. Radiologie und Elektrizität zu Brüssel am 13. Sept. 1910.

artigen Geschwülsten recht beachtenswerte Erfolge erzielt worden.

Ebenso ist auch die Radioaktivität der Heilquellen, und ganz besonders die Radiumemanation, für die Medizin keine rätselhafte zufällige Begleiterscheinung der natürlichen Wässer mehr, sondern wir wissen heut mit ziemlicher Sicherheit, welchen Anteil an der empirischen, seit Jahrtausenden gefundenen Heilwirkung der Quellen die Radiumemanation hat.

Es hat sich nämlich durch Versuche mit künstlich emanationshaltig gemachtem Wasser sowie mit emanationshaltiger Luft herausgestellt, daß man die Wirkungen der Heilquellen bis zu einem gewissen Grade nachahmen kann, und zwar gerade derjenigen Quellen, welche in chemisch auffallend reinem Wasser beträchtliche Mengen von Radiumemanation, sonst aber nichts enthalten, was eine Heilwirkung erklären könnte; es sind dies die sogenannten indifferenten Thermen, die Wildbäder und andere nahestehende Kategorien.

Auch die Erklärung dieser anfangs etwas befremdlichen Tatsache ist möglich geworden dadurch, daß die Radiumemanation beim Experiment in vitro einen erheblich verstärkenden, aktivierenden Einfluß auf manche Körperfermente zeigte, so insbesondere auf das diastatische und autolytische Ferment, auf Pepsin und Trypsin.

Vielleicht auch wären zur Erklärung heranzuziehen die sehr interessanten Tatsachen, die in der Klinik von Prof. His gefunden wurden, nämlich einerseits von Gudzent, daß harnsaure Salze bei Gegenwart von geringen Mengen Emanation aus einer schwer löslichen Form in eine leicht lösliche übergehen. Von Fofanoff andrerseits wurde festgestellt, daß die weißen Blutkörperchen sich bei Gegenwart von Emanation in ihren wichtigsten vitalen Eigenschaften ändern, nämlich in ihren chemotaktischen und phagozytären.

Ich glaubte, diese Tatsachen in dieser gemeinsamen Sitzung kurz streifen zu sollen, um darzulegen, daß die Biologie und die Heilkunde ein berechtigtes Interesse an der Forschung über Radioaktivität hat.

Hinzufügen möchte ich nun noch, aus welchen Gründen es uns Biologen auf die Art der Messung und die Vergleichbarkeit der Meßresultate ankommt.

Wenn es auch richtig ist, daß alle Heilquellen, ebenso alle andern Quellen, juvenile ebenso wie vadose, ein Mehr oder Weniger an Emanation enthalten, so lehrt doch ein Blick auf die Zusammenstellung von Namen der Quellen und ihrer Aktivität, daß ganz im großen eine Proportionalität zwischen Heilwirkung und Emanationsmenge besteht, eine Gesetzmäßigkeit, die ich schon bei früheren Gelegenheiten am besten so zu formulieren glaubte, „daß bei einer bestimmten Kategorie gleichartiger Heilquellen der Emanationsgehalt dem empirisch gefundenen Heilwert proportional ist". Modifiziert wird dieser Satz allerdings in weitgehendem Maße durch die verschiedene Temperatur, den verschiedenen Salz- und Gasgehalt der Quellen.

Jedenfalls hat die wissenschaftliche Bäderlehre ein erhebliches Interesse an der exakten Feststellung der Emanationsmengen.

Nun ist für unsere Bedürfnisse schon recht viel von physikalischer Seite geschehen, nach manchen Richtungen zu viel, nach manchen zu wenig.

Es muß betont werden, daß die in der Physik sonst übliche Genauigkeit in Zahlenangaben für balneologische Zwecke nicht ganz angebracht erscheint.

Nehmen wir an, daß eine Quelle am Ursprung auf ihren Emanationsgehalt möglichst genau in der gewöhnlichen Weise bestimmt ist, das heißt also, in Voltabfall ausgedrückt, mit mindestens einer Dezimale, in Mache-Einheiten mit 2 Dezimalen, so ist zwar eine Arbeit geleistet, die den Physiker und Geologen befriedigt, und, wie ich hinzufügen möchte, auch die zunächst interessierten Quellenbesitzer und Brunnenärzte in noch höherem Maße — aber die balneologische Wissenschaft geht zunächst leer aus. Ihr kann nur daran liegen zu erfahren, wieviel Emanation unter den verschiedenen Umständen der Bäder und Trinkkur auf den Körper des Patienten einwirkt; mit andern Worten: die Menge Emanation, die das fertige Bad und das trinkfertige Wasser im Brunnenglase enthält, ist von ausschlaggebender Bedeutung; noch mehr aber wahrscheinlich, nach unserer jetzt herrschenden Anschauung, der Emanationsgehalt der über dem Bade sich befindenden Luft, sowie der Luft in den Trinkhallen, da ja ein Eindringen von Emanation durch die Haut beim Baden und durch das Trinken so geringer Flüssigkeitsmengen in nennenswertem Maße ausgeschlossen erscheint. Diese, eigentlich wichtigen Emanationsmengen sind aber ja nach Länge und Güte der Leitung, nach Temperatur und CO_2-Gehalt der Quellen, nach Art der Bäderbereitung usw., mit der Zahl am Ursprung überhaupt nicht mehr in Beziehung zu setzen.

Ferner glauben wir heute schon mehrfach Anhaltspunkte dafür zu haben, daß neben der Emanation selbst, genauer gesagt, neben den biologischen Wirkungen ihrer α-Strahlen auch ihre weiteren Zerfallsprodukte bis zum *Ra F* analoge Wirkungen auf den Organismus äußern,

vielleicht sogar bei der endgültigen Heilwirkung ausschlaggebend sind.

Solche Zerfallsprodukte der Emanation finden sich sowohl im Wasser selbst, wie auch in reicherem Maße an allen festen Körpern, die mit ihr in Berührung kommen.

Hiernach müßte auch die Gesamtstrahlung der zum Trinken und Baden benutzten Räume, insbesondere der Wände einer Messung unterliegen, und wird vielleicht dort sehr beträchtlich sein, wo bei jahrhundertelanger Benutzung derselben Räume sich die induzierte Aktivität immer an denselben Stellen niedergeschlagen hat.

Bei genauerem Zusehen hat es sich nun auch gezeigt, daß manche Quelle im wesentlichen nur Emanation, andere aber auch *Ra*-Salze in Substanz enthalten. Für die Trinkquellen wenigstens wäre zu fordern, daß der Gehalt an festen radioaktiven Substanzen immer festgestellt werde, um so zu einer genaueren Erkenntnis und Differenzierung der Wirkung der Emanation gegenüber von Radiumsalzen zu gelangen.

Über die Beziehung der Thoraktivität, insbesondere der Thoremanation zur Heilwirkung der Quellen wissen wir zwar noch gar nichts; indessen glaubte ich schon vor einigen Jahren auf der Dresdener Naturforscherversammlung die physikalischen Kreise darauf aufmerksam machen zu sollen, daß die Thoremanation bei den Quellmessungen, besonders wegen ihres relativ seltenen Vorkommens; nicht vernachlässigt werden möge.

Auch die Untersuchung der Quellsedimente auf ihre radioaktiven Bestandteile, hat natürlich neben ihrem allgemeinen und speziell geologischen Interesse auch eine, wenn auch sehr beschränkte, balneologische Bedeutung; allerdings wohl nur da, wo diese Sedimente in Form von Schlammbädern und Schlammpackungen Anwendung finden; irreführend aber erscheinen solche Angaben über die Aktivität von Quellsedimenten, wo diese sich nur am Ursprung der Quelle in greifbarer Menge finden, während das entsprechende Wasser praktisch gar keine Emanation enthält; — irreführend deswegen, weil solche Angaben in Prospekten von Bädern zu Täuschungen der Ärzte und des Publikums Anlaß geben können und schon gegeben haben.

Dies wären die allgemeinen Gesichtspunkte, welche für die Bestimmung der Radioaktivität von Quellen maßgebend sein dürften.

Dieselben Gesichtspunkte treffen natürlich auch bei der Bestimmung von künstlich emanationshaltigen Wässern zu.

Kürzer kann ich mich in diesem Kreise über die Frage der zweckmäßigsten Art der Messungen und der benutzten Apparate fassen.

Auf die mannigfaltigen Fehlerquellen bei ihrer Handhabung brauche ich hier nicht hinzuweisen, obgleich diese in medizinischen Abhandlungen einen großen Raum einnehmen, offenbar aus dem berechtigten Gefühl der Unsicherheit in physikalischen Dingen.

Man darf wohl sagen, daß alle die verschiedenen Anordnungen, wie die meist benutzten von Curie, von Elster und Geitel, von Engler und Sieveking, von H. W. Schmidt in der Hand des Physikers durchaus zuverlässige Resultate liefern und untereinander vergleichbar sind, wenn alle Bedingungen, und insbesondere die Kapazität, identisch sind.

Aber zwei Dinge bedürfen noch der Diskussion und der Einigung.

Einmal die Größe des benutzten Gefäßes. Wie von Duane (Journ. d. Phys. **4**, 605, 1905) gezeigt und von Lachmann den Balneologen in Erinnerung gebracht ist, wird das Meßresultat modifiziert durch die Absorption der Strahlung der Emanation von den Wänden der Ionisationskammer.

Um die Messung von diesen Einflüssen zu befreien, ist es nötig, das Ergebnis, z. B. bei zylindrischen Gefäßen, mit einem Faktor $1-0{,}52\,O/R$ zu dividieren, in welchem O die Oberfläche des Zylinders in qcm, R den Rauminhalt in ccm bedeutet.

Da sich eine Normalgröße für die Meßkannen nicht wohl einbürgern wird, muß künftig diese Korrektur neben den anderen bekannten und in Anwendung gebrachten eingefügt werden.

Wegen der verschiedenen Größe der zum Durchschütteln von Wasser und Luft benutzten Gefäße ist ferner eine Korrektur notwendig, die auf den Absorptionskoeffizienten für Emanation in Wasser bzw. Luft Rücksicht nimmt.

Der zweite und wichtigere Punkt betrifft die Frage der „Einheit" in der Emanationsmessung.

Da sich die Radioaktivitätsmessung der Quellen schon in früher Zeit zu einem selbständigen Forschungszweige entwickelte, so erfolgten die Angaben lange Zeit hindurch und zum Teil heute noch in derselben Weise wie im Beginn der radioaktiven Forschung, und zwar in „Voltabfall" pro Stunde erzeugt, durch einen Liter des untersuchten Wassers.

Insbesondere in Deutschland lauten die Zahlenangaben sowohl für Quellen als auch für künstlich aktivierte Wässer noch meist in Volt.

Es stellte sich bald das Bedürfnis heraus, sich für einen bequemeren Vergleich und für die Übersicht über die Quellen von der Besonderheit der Apparate unabhängig zu machen: man

maß nunmehr in absolutem Maße, und da der so erhaltene Wert für die meisten Fälle unbequem klein war, wurde er mit 1000 multipliziert, und ergab so nach Maches Vorgang die jetzt meist benutzte „Einheit"; eine solche entspricht z. B. für das Fontaktoskop etwa einem Abfall von 116 Volt.

Indessen leuchtet ein, daß auch für die Angaben in absoluten Einheiten die Eigenart der Meßapparate nicht ohne Belang ist, da sie ja eine vorherige Eichung der Elektroskope ebenfalls notwendig machen.

Diese Eichung wird aber in gewissem Maße illusorisch, sobald aus irgendwelchen Gründen (Verbiegung des Zerstreuungsstiftes, Beschädigung der Blättchen etc.) sich Kapazität oder Angabe des Potentials geändert haben.

Als dritte Art von Emanationseinheit existiert die von Curie und Laborde (Le Radium **1**, 1904) eingeführte Bezeichnung der Menge von Emanation, die in einer Sekunde von 1 Milligramm Radiumbromid entwickelt wird; für deren ausschließliche Verwendung in der Balneologie sich von deutschen Autoren besonders H. W. Schmidt ausgesprochen hat (Balneolog. Zeitg. 1909).

Da wir heute von dem Radiumbromid, als einem chemisch völlig definierten, gut wägbaren Körper ausgehen können, und die hiervon entwickelte Emanationsmenge unter allen Umständen die gleiche ist, so stellt diese in der Tat eine absolute Einheit dar, auf welche alle Emanationsmessungen zwanglos bezogen werden können. Das geschieht in der Tat, soviel mir bekannt, durchweg bei französischen Autoren, allerdings meist unter Beziehung auf eine mg-Minute.

Voraussetzung für diese Einheit ist allerdings, daß alle Messungen sich auf ein Radiumbromid von gleicher Reinheit beziehen, wofür die von Herrn Rutherford gemachten Vorschläge zur Herstellung eines internationalen Standardpräparates die Möglichkeit bieten. Da ferner die Größenordnung dieser Einheit sich der durchschnittlichen Aktivität der Heilquellen gut anpaßt, so hätten wir in der von 1 mg Radiumbromid pro Sekunde entwickelten Emanationsmenge ein bequemes Mittel, um uns die Aktivität der verschiedenen Quellen sofort zu veranschaulichen.

Es entspricht nämlich, z. B. bei Messungen mittels Fontaktoskop unter den üblichen Bedingungen:

1 mg-Sekunde = 300 Voltabfall = 2,6 Mache-Einheiten. (Pro Stunde und Liter.)

Da wir nicht wünschen können, daß verschiedene Nationen an ihren verschiedenen, wenn auch praktisch brauchbaren Einheiten festhalten, da im Gegenteil eine Verständigung über eine einzige Einheit im Interesse der Wissenschaft außerordentlich wünschenswert ist, schlage ich vor, die Einheit der Milligramm-Sekunde als die einzig absolute allseitig anzunehmen.

Da diese Einheit bereits 1904 von Curie und Laborde aufgestellt worden ist, und da ferner im Gesamtgebiet der Naturwissenschaft für häufig gebrauchte Einheiten das Bedürfnis nach kurzen Bezeichnungen sich als zwingend erwiesen hat, so schlage ich ferner als kurzen Namen für die Milligramm-Sekunde die Bezeichnung: „ein Curie" vor[1]).

Meine Damen und Herren! Ich darf mich noch kurz äußern bezüglich der Methoden, die Strahlung eines Radiumpräparates zu messen, wie es in der Heilkunde angewandt wird. Die α-Strahlung scheidet hier aus, weil sie im allgemeinen schon durch die verhornte Epidermis, weiterhin durch die Schutzhüllen der Radiumpräparate völlig absorbiert wird, so daß eine biologische Wirkung auf das Körpergewebe wegfallen muß.

Die γ-Strahlung ist seit längerer Zeit bei den Physikern als Maß der Aktivität von Radiumpräparaten in Aufnahme gekommen, weil sie verhältnismäßig bequem und von Fehlerquellen leicht zu befreien ist. Seit Eve (Le Radium **3**, 225, 1906) mißt man daher an Hand eines Standardpräparates die Aktivität von unbekannten Radiummengen mittels der γ-Strahlenmethode, indem man die übrigen Strahlen durch ein Bleifilter von $^1/_2$—1 cm Dicke ausschaltet.

Nun bleiben noch die β-Strahlen übrig als diejenige Gruppe, auf die es bei der externen therapeutischen Anwendung gerade ankommt, vermutlich weil sie von den zu beeinflussenden Gewebeschichten in stärkerem Maße absorbiert werden, als die durchdringende γ-Strahlung.

Nun stößt aber die Bestimmung der β-Strahlen deswegen auf große Schwierigkeiten, weil sie ja keinen einheitlichen Charakter haben, weswegen man in der Radiotherapie, nach Analogie mit den Röntgenstrahlen, angefangen hat, sie in weiche, harte und mittlere β-Strahlen zu sondern.

Diese Sonderung ist hauptsächlich von den französischen Autoren Wickham und Degrais durchgeführt worden, wie ersichtlich, aus praktisch-therapeutischen Gründen.

---

1) Die auf dem Kongreß gebildete Kommission hat den Namen „1 Curie" aber für diejenige Emanationsmenge in Aussicht genommen, die mit 1 g *Ra* im Gleichgewicht steht, also eine sehr viel größere Einheit, als die von mir vorgeschlagene, die sich besser den Verhältnissen der Quellen und der atmosphärischen Luft anpassen würde; andernfalls müßte man zu den Hilfsbezeichnungen Milli-Curie, Mikro-Curie usw. greifen.

Freilich muß noch genauer untersucht werden, ob diese Sonderung wirklich notwendig ist, d. h. ob einzelnen Gruppen von β-Strahlen auch verschiedene biologische Wirkungen entsprechen.

Daß aber eine solche biologische Differenzierung der radioaktiven Strahlungen im Bereich der Möglichkeit liegt, ist mir wahrscheinlich geworden, und zwar sowohl aus eigenen Versuchen, wie aus den bereits genannten von Gudzent. Der letztere glaubte nämlich beobachtet zu haben, daß bei seinen Versuchen mit Radiumemanation an harnsauren Salzen die chemische Einwirkung nicht sowohl durch die Gegenwart der Emanation, als vielmehr der „induzierten Aktivität" bedingt ist.

Aus diesen Beobachtungen scheint jedenfalls hervorzugehen, daß es für die biologische Wirkung der Strahlungen weniger auf deren Energieabgabe, als auf ihre besondern Eigenschaften ankommt.

Wäre dem nicht so, so könnte man bezüglich der β-Strahlung am besten analog der Dosierung von Röntgenstrahlen verfahren, bei denen die biologische Wirkung direkt proportional dem Gesamteffekt der Strahlen gesetzt wird, wobei dieser an der Schnelligkeit einer chemischen Zersetzung oder einer Farbenänderung einer geeigneten empfindlichen Substanz gemessen wird.

Es ergibt sich also für die β-Strahlen die Notwendigkeit, daß die Beziehungen der biologischen Wirkungen zur Absorptionskurve erst gefunden werden müssen; bis dahin wird es aber kaum Zweck haben, für jedes einzelne Präparat auch die Menge der von verschiedenen Filtern durchgelassenen β-Strahlung anzugeben.

Da wir eine weitgehende Proportionalität zwischen Menge der β- und γ-Strahlung eines Radiumpräparates voraussetzen dürfen, wird es also genügen, diese Präparate nach der Methode der γ-Strahlung zu messen.

Dies wären die hauptsächlichen Anforderungen, die von biologischer und therapeutischer Seite an die Radiummessungen zu stellen sind.

Wir sind den Physikern außerordentlich dankbar dafür, daß sie mit der Erforschung der Radioaktivität auch ein biologisch ungemein wichtiges und interessantes Gebiet erschlossen haben.

Ich hoffe zuversichtlich, daß die biologische Wissenschaft auf diesem Wege zu Tatsachen und Schlußfolgerungen gelangen möge, die auch für den Physiker und die Naturwissenschaft im allgemeinen von Interesse sind.

(Eingegangen 20. September 1910.)

Vorträge aus dem Gebiet der Radioaktivität.

Bericht von Lise Meitner.

Mme P. Curie und A. Debierne, Über das metallische Radium.

Frau Curie berichtet über ihre in Gemeinschaft mit Debierne ausgeführten Versuche zur Darstellung von metallischem Radium.

Bis jetzt war es immer nur möglich gewesen, Radium in seinen Verbindungen, zumeist als $RaBr_2$ und $RaCl_2$ herzustellen. Die nachstehend beschriebenen Versuche haben nun zum erstenmal die Gewinnung metallischen Radiums ermöglicht. Die zugrunde gelegte Methode ist die gleiche, die Guntz zur Darstellung von metallischem Barium ausgearbeitet hat. Um die für das Radium brauchbare Arbeitsweise festzustellen, wurden zunächst vorbereitende Versuche mit sehr geringen Bariummengen (0,1 g) ausgeführt.

Das Prinzip der Methode besteht darin, das Amalgam herzustellen und das Quecksilber dann durch Destillation zu entfernen. Das Amalgam wurde durch Elektrolyse aus 0,106 g absolut reinem $RaCl_2$ und ungefähr 10 g Quecksilber erhalten. Es war an der Luft sehr rasch veränderlich. Es war vollkommen flüssig, während das unter gleichen Bedingungen hergestellte Amalgam des Bariums zahlreiche Kristalle enthielt.

Nachdem das Amalgam des Radiums sorgfältig getrocknet war, wurde es in ein Schälchen aus Eisen gebracht, das vorher durch reinen Wasserstoff reduziert worden war. Das Schälchen befand sich in einem evakuierten Quarzrohr. Die Destillation wurde in sehr sorgfältig gereinigtem Wasserstoff ausgeführt und zwar so, daß der Gasdruck immer höher war als der Dampfdruck des Quecksilbers bei der betreffenden Temperatur, um ein Sieden zu vermeiden.

Der größte Teil des Quecksilbers destillierte bereits bei 270° über. Dann wurde die Temperatur allmählich erhöht. Bei 400° war das Amalgam fest, schmolz aber bei weiterer Temperatursteigerung und gab Quecksilber ab. In dem Maße als das Quecksilber entwich, stieg der Schmelzpunkt ständig an und erreichte schließlich 700°. Bei dieser Temperatur war keine Destillation des Quecksilbers mehr bemerkbar. Dagegen begann das metallische Radium in reichlichen Mengen zu verdampfen und die Wände des Quarzrohres wurden stark angegriffen. Der Prozeß wurde nun unterbrochen. Das Schälchen enthielt ein weißglänzendes Metall, das seinen Schmelzpunkt bei 700° hat.

Dasselbe stellt nach der Annahme der beiden Forscher reines Radium dar. Es adhärierte stark an dem Eisen und konnte nur schwer abgelöst werden. An der Luft wurde es sofort schwarz, wahrscheinlich infolge der Bildung einer Stickstoffverbindung. Wasser zersetzt es sehr energisch und löst sich hierbei zum größten Teil, was darauf hinweist, daß das Oxyd löslich ist. Der kleine unlösliche Rückstand konnte durch Zusatz von sehr wenig Salzsäure in Lösung gebracht werden, ein Beweis, daß keine merklichen Mengen Quecksilber vorhanden sein können.

Eine vorläufige Prüfung der radioaktiven Eigenschaften des Metalls zeigte, daß diese die gleichen wie bei den Radiumsalzen sind.

Da das Radium viel flüchtiger ist als Barium, so soll das Präparat durch Sublimation im Vakuum gereinigt werden.

Durch die vorstehend beschriebenen Versuche ist wohl jeder Zweifel beseitigt, daß Radium ein chemisches Element, zur Gruppe der Erdalkalimetalle gehörig, vorstellt.

Otto Hahn, Über Mesothorium und Radiothorium.

Der Vortragende berichtet über die Herstellung größerer Mengen des von ihm vor mehreren Jahren entdeckten Mesothoriums. Das Mesothorium, das erste Umwandlungsprodukt des Thoriums, besteht aus zwei Körpern, von denen der erste, das Mesothorium I, ohne elektroskopisch nachweisbare Strahlen in 5,5 Jahren zur Hälfte zerfällt. Das Mesothorium II besitzt typische β und γ-Strahlen und zerfällt mit einer Periode von 6,2 Stunden. Aus dem Mesothorium wird das α-strahlende Radiothorium gebildet, dessen Zerfallsperiode etwa 2 Jahre beträgt. Dieses bildet seinerseits alle folgenden Zerfallsprodukte der Thoriumreihe, also ThX, die Emanation und den aktiven Niederschlag.

Da der Bedarf an stark radioaktiven Substanzen in den letzten Jahren sehr gestiegen, Radium selbst aber immer schwieriger zu erhalten ist, so war die Herstellung stark radioaktiver Substanzen als Ersatz für Radium von besonderer Wichtigkeit. Es war naheliegend, für diesen Zweck die oben erwähnten langlebigen Produkte des Thoriums heranzuziehen.

Der Vortragende hat nun in Gemeinschaft mit der Thoriumfirma von Dr. O. Knöfler & Cie. in Plötzensee bei Berlin Mesothor in hochaktiver Form aus Thoriumrückständen hergestellt. Es wurden zwei Präparate in der Gesamtstärke von etwa 50 mg reinem Radiumsalz vorgezeigt. Ein Präparat von 21 mg Gewicht besitzt die Aktivität von 35 mg reinem Radiumbromid. Es ist sonach auf gleiches Gewicht gerechnet, rund 1,7 mal so stark als hundertprozentiges Radiumsalz. Da 1 mg $RaBr_2$ an Aktivität etwa 6 kg ThO_2 oder 12 kg Thornitrat — dem gebräuchlichsten Thorpräparat des Handels — entspricht, so ist das erwähnte Mesothorpräparat von 35 mg Aktivität so stark als 35×12 kg $= 420$ kg Thornitrat. Ein zweites Präparat von 4,75 mg Gewicht besitzt die Aktivität von 15 mg $RaBr_2$. Dieses ist also dreimal so stark als reines Radiumsalz und, wie sich aus obigen Zahlen leicht berechnet, etwa 40 Millionen mal so stark als gewöhnliches Thornitrat. Diese Angaben beziehen sich natürlich nur auf β-(resp. γ-) Strahlen, da Mesothor keine α-Strahlen emittiert.

Da das Mesothor Radiothor mit einer Periode von zwei Jahren nachbildet, so nimmt die Aktivität frisch hergestellter Präparate erst zu, erreicht ein Maximum und nimmt dann ab. Der Maximalwert wird nach ungefähr 3,2 Jahren erreicht und beträgt dann etwa das anderthalbfache der Anfangsaktivität. Nach 10 Jahren ist die Intensität wieder dieselbe wie zur Zeit der Herstellung des Präparats und nach 20 Jahren sind noch etwa 50 Proz. vorhanden. Daß der Abfall so langsam vor sich geht, wird durch die Anwesenheit von Radium in den Präparaten bedingt, das in seiner Menge dem geringen Urangehalt des Ausgangsmaterials entspricht.

Die Darstellung des Mesothors macht auch die Gewinnung von Radiothor möglich. Während nämlich die direkte Abtrennung des Radiothors aus Thorium oder Thormineralien nicht durchführbar ist, gelingt es leicht, aus dem Mesothorium zu beliebigen Zeiten die nachgebildete Menge Radiothor abzutrennen.

Da das Ausgangsmaterial für diese radioaktiven Substanzen in viel größeren Mengen vorhanden ist als Uranrückstände, so ist ihre fabriksmäßige Darstellung für die Zukunft vielleicht erfolgversprechend, obwohl zur Gewinnung gleichwertiger Präparate das mehr als dreißigfache Rohmaterial erforderlich ist, wie bei der Verarbeitung der gebräuchlichen Uranrückstände.

Frederick Soddy, Theorie zur schätzungsweisen Bestimmung des Alters eines portugiesischen Autunits und der Zerfallsperiode des Ioniums aus dem Heliumgehalt des Minerals.

Der Autunit ist das einzige radioaktive Mineral, das kaum nachweisbare Mengen Blei und Helium enthält und dessen Radiumgehalt für das vorhandene Uran zu gering ist. Mlle Gleditsch hatte bei Versuchen mit französischem Autunit gefunden, daß der Radiumgehalt etwa 80 Proz. der normalen Gleichgewichtsmenge beträgt.

Der Vortragende hat in Gemeinschaft mit Miß Pirret in einem portugiesischen Autunit den Radiumgehalt zu nur 44 Proz. der Gleichgewichtsmenge bestimmt. Diese Tatsache spricht dafür, daß der Autunit aus einer so späten Periode stammt, daß das Radium, das sich über das Ionium aus dem Uran bildet, noch nicht mit dem Uran im Gleichgewicht ist.

Da das Ionium im Verhältnis zum Radium eine sehr lange Lebensdauer haben muß, so kann die vorhandene Radiummenge zugleich als Maß der vorhandenen Ioniummenge dienen. Der untersuchte Autunit enthält sonach erst 44 Prozent der Ioniummenge, die für den Fall des Gleichgewichtes seinem Urangehalt entsprechen würde.

Kennt man nun das Alter des Autunits, so ist damit zugleich die Zeit bekannt, in der 44 Proz. der Gleichgewichtsmenge Ionium gebildet wurden und hieraus läßt sich die Zerfallsperiode des Ioniums bestimmen. Voraussetzung ist hierbei allerdings, daß der Autunit ursprünglich frei von Ionium und Radium war, und daß das nachgebildete Ionium vollständig in dem Mineral erhalten geblieben ist.

Das Alter des Minerals kann aus seinem Heliumgehalt bestimmt werden. Für das erwähnte Mineral würde jeder Kubikmillimeter Helium pro Gramm Uran 23000 Jahren entsprechen.

Der Vortragende fand jedoch bei Prüfung verschiedener Autunite, daß der Radiumgehalt und der Heliumgehalt keineswegs parallel gehen, wie es die Theorie erfordert. Vielmehr gibt es Proben, die bei starkem Radiumgehalt einen sehr geringen Heliumgehalt aufweisen. Das scheint darauf hinzudeuten, daß das Mineral bei seiner Bildung neben Uran auch Radium, aber kein Ionium enthält. Solche Proben können natürlich nicht älter als einige tausend Jahre sein. Da der Zerfall des Radiums rascher erfolgt als die Nachbildung des Ioniums, so wird der Radiumgehalt solcher Minerale zunächst abnehmen, ein Minimum erreichen und dann mit der Periode des Ioniums wieder zunehmen. Natürlich müssen diese Verhältnisse bei der erwähnten Schätzung der Lebensdauer des Ioniums berücksichtigt werden.

Versuche zur quantitativen Heliumbestimmung und dadurch ermöglichten Altersbestimmung sind im Gang.

William Duane, Über die Energie der Radiumstrahlen.

Der Vortragende hat die Energie der Radiumstrahlen nach fünf verschiedenen Methoden untersucht. Ein Bolometer, ein Radiometer und eine Thermosäule gaben keine eindeutigen Resultate. Dagegen wurden mit einem Differentialthermometer für Gase und mit einem empfindlichen Kalorimeter positive Resultate erhalten.

Als Strahlenquelle diente Radiumemanation, die in einer kleinen Metallbüchse eingeschlossen war. Diese war mit einem Glimmerfenster versehen, das für die α-Strahlen, wie durch Ionisationsmessungen festgestellt wurde, noch durchlässig war. Durch zwei weitere eingeschaltete Aluminiumfolien konnten die α-Strahlen vollständig zurückgehalten werden.

Wurde die Strahlenquelle an das Kalorimeter gebracht, so war eine deutliche Wärmeentwicklung zu beobachten, wenn keine Aluminiumfolien eingeschoben waren und selbst auch noch bei Einschalten einer Aluminiumfolie.

Wurden aber zwei oder drei Aluminiumfolien in den Strahlengang gebracht, so daß alle α-Strahlen absorbiert, die β- und γ-Strahlen jedoch durchgelassen wurden, so konnte keine Wärmeentwicklung mehr beobachtet werden.

Diese Resultate beweisen, daß die β- und γ-Strahlen keine merkliche Wärmeentwicklung hervorrufen; ferner daß die durch α-Strahlen erzeugte Wärme nicht durch Leitung in das Kalorimeter gelangt, sondern daselbst nur merkbar wird, wenn die α-Strahlen hineinkommen; und schließlich, daß die α-Strahlen auch noch gegen das Ende ihrer Reichweite eine meßbare Energiemenge mitführen.

Der Vortragende beabsichtigt, die Energie der α-Strahlen längs ihrer Reichweite zu bestimmen und hofft auch die Energie der β- und γ-Srahlen messen zu können, falls sie nicht weniger als 1 Proz. der Totalenergie der α-Strahlen beträgt.

Otto v. Baeyer, Otto Hahn und Lise Meitner, Magnetische Spektra von β-Strahlen.

Da über diesen Gegenstand neuere Versuche in einem der nächsten Hefte dieser Zeitschrift veröffentlicht werden sollen, wird von einem Referat dieses Vortrags an dieser Stelle abgesehen.

R. D. Kleeman, Der Durchgang von α-, β- und γ-Strahlen durch Materie.

Der Vortragende hat experimentell gefunden, daß langsame sekundäre β-Strahlen, die durch γ-Strahlen an Metallplatten erzeugt werden, von der Natur der Metallplatten praktisch unabhängig sind.

Ferner, daß Gasmoleküle, die durch α-Strahlen ionisiert werden, nicht nur ein Elektron, sondern deren mehrere abgeben und zwar um so mehr, je größer das Molekulargewicht ist.

Schließlich berichtet der Vortragende auch noch über Streuungsversuche mit γ-Strahlen,

aus denen folgt, daß für Strahlen gleicher Durchdringbarkeit die Streuung mit dem Atomgewicht der absorbierenden Substanz wächst.

W. H. Bragg, Über die Ionisation der Röntgen- und γ-Strahlen.

Ausgehend von der Annahme, daß Röntgen- und γ-Strahlen korpuskularer Natur seien, diskutiert der Vortragende die sich hieraus ergebenden Folgerungen und die Möglichkeit ihrer Prüfung.

Die Korpuskulartheorie gestattet vor allem die Bestimmung der mittleren Reichweite der β-Strahlen in verschiedenen Materialien (dabei ist die Reichweite definiert als die Gesamtlänge der Bahn, wenn man sie sich ausgestreckt denkt). Der Vortragende hat von diesem Standpunkt aus die Reichweiten bestimmt und seine Resultate stimmen sehr gut mit den Ergebnissen, die H. W. Schmidt auf indirektem Wege erhalten hat.

W. Makower, S. Ruß und E. T. Evans, Über den Rückstoß von *RaB* beim Zerfall des *RaA*.

Herr Makower berichtet in seinem Vortrage über zwei Arbeiten, die die Feststellung der Ladung der Rückstoßatome aus ihrer Ablenkung im elektrischen und magnetischen Feld bezwecken.

Die elektrostatische Ablenkung der *RaB*-Teilchen wurde von Makower und Ruß, die magnetische von Makower und Evans untersucht.

Die Versuchsanordnung war folgende:

Ein Platindraht mit Radium *A* wurde symmetrisch zwischen zwei Plattenkondensatoren gebracht. Der eine Kondensator war kurz geschlossen, zwischen den Platten des zweiten wurden Potentialdifferenzen von 1000—2000 Volt erzeugt. Die ganze Vorrichtung befand sich in einem evakuierten Gefäß. Die nach beiden Seiten ausgeschleuderten Rückstoßatome passierten den Raum zwischen den Kondensatoren und fielen dann auf je eine quergestellte Platte. Die dahin gelangende Menge wurde dadurch festgestellt, daß die Platten nach einer bestimmten Zeit in einem α-Elektroskop auf ihre Aktivität geprüft wurden.

Die Platte, die die *RaB*-Teilchen durch den kurz geschlossenen Kondensator hindurch erhielt, zeigte eine größere Aktivität als die andere, ein Beweis, daß die Rückstoßatome im elektrischen Feld eine Ablenkung erfahren, sonach geladen sind.

Die Verf. schließen aus ihren Versuchen weiter, daß die Ladung positiv ist und der Größe nach gleich der eines einwertigen Ions.

Bei der Messung der Ablenkung im magnetischen Feld wurde der Draht mit Radium *A* so angebracht, daß die Radium-*B*-Teilchen durch einen engen Spalt nach Durchlaufen des starken Magnetfeldes auf eine Metallplatte auffielen. Die Versuche wurden einmal bei einer bestimmten Feldrichtung ausgeführt, dann das Feld umgekehrt und der Versuch wiederholt.

Die Verteilung der aktiven Substanz wurde sowohl elektroskopisch als auch photographisch bestimmt, letzteres indem die Platte mit der den Teilchen exponierten Seite auf eine photographische Platte gelegt wurde. Diese zeigte nach dem Entwickeln zwei verwaschene dunkle Bänder, den *Ra-B*-Teilchen entsprechend, die bei direktem bzw. umgekehrtem Feld die Platte erreichen.

Aus den erhaltenen Resultaten berechnet sich die Geschwindigkeit der *RaB*-Teilchen zu $3{,}27 \cdot 10^7$ cm/sec, ihre Ladung zu der eines positiven Ions und ihr Atomgewicht zu 194, was mit dem theoretisch zu erwartenden Wert der Größenordnung nach stimmt.

Louis Wertenstein, Über die Reichweite der Rückstoßatome.

Es wird die Reichweite der durch Rückstoß ausgeschleuderten *Ra-B*-Teilchen in Luft von verschiedenem Druck und in der Abhängigkeit von der Richtung festgestellt.

Der Vortragende berichtet ferner über diesbezügliche Versuche mit *RaA*, das durch den Zerfall der Emanation seine Geschwindigkeit erhält.

Alois F. Kovarik, Über die Absorption und Reflexion der β-Teilchen in Materie.

Der Vortragende beschreibt Versuche über die Vorgänge bei der Absorption und Reflexion der β-Strahlen.

Es wurden β-Strahlen verschiedener Geschwindigkeiten untersucht. Die verwendeten radioaktiven Substanzen waren in dünnen Schichten auf ganz dünnen Aluminiumfolien aufgetragen und befanden sich im Zentrum einer halbkugelförmigen Elektrode mit der aktiven Schicht nach abwärts.

Die erhaltenen Resultate sind kurz die folgenden:

Die β-Strahlen erfahren beim Durchgang durch Materie eine Streuung, die für Strahlen verschiedener Geschwindigkeit verschieden groß ist. Diese Streuung kann je nach der Versuchsanordnung im ersten Teil der Absorptionskurve einen steileren Abfall oder aber auch ein anfängliches Zunehmen der Strahlungsintensität bedingen. Soll die Störung durch die Streuung vermieden werden, so müssen die absorbierenden

Folien unmittelbar an der Öffnung der Ionisationskammer angebracht werden.

Die β-Strahlen erleiden aber außerdem auch eine Reflexion, deren Größe für Strahlen mit Absorptionskoeffizienten zwischen 75 und 20 mit wachsender Geschwindigkeit der Teilchen zunimmt; für sehr rasche, also sehr durchdringende Strahlen nimmt der Prozentsatz der reflektierten Strahlung wieder ab. Außerdem hängt die Menge der reflektierten Strahlung auch von der Natur des Reflektors ab, indem sie mit steigendem Atomgewicht desselben wächst.

Durch mehrfache Reflexion kann die Ionisation von 100 auf 350 steigen. Die mehrfache Reflexion zeigt dieselbe Abhängigkeit von Strahlgeschwindigkeit und Atomgewicht des Reflektors wie die einfache.

Um die Beeinflussung der Absorptionskurven durch die Reflexion auszuschalten, muß man ebenso viele Folien unter die aktive Schicht bringen, als absorbierende über derselben sind.

(Eingegangen 22. Januar 1911.)

---

2. Aus der Sektion für Elektrizität:

Über den Magnetismus von Legierungen [1]).

Von F. Richarz.

Es wird nötig sein, für das Verständnis des Folgenden zunächst etwas zu sagen über die Bedeutung der von H. du Bois (Wied. Ann. **46,** 485, 1892) eingeführten Bezeichnung Ferromagnetismus. Ferromagnetisch wären solche Substanzen zu nennen, die in bezug auf charakteristische Eigenschaften des Magnetismus dem Eisen, Kobalt und Nickel näher stehen als die stärksten paramagnetischen Substanzen. Als die für diese 3 Substanzen charakteristischen magnetischen Eigenschaften kann man auf Grund ihres tatsächlichen Verhaltens annehmen:

1. Eine Suszeptibilität, die der Größenordnung nach ähnlich ist derjenigen des Eisens, deren maximaler Wert also der Größenordnung nach etwa gleich 100 ist. Im Gegensatz hierzu haben die stärksten bisher bekannten paramagnetischen Substanzen höchstens Werte der Suszeptibilität, welche an die Größenordnung 10^{-3} herankommen.

2. Die Annäherung der Magnetisierungsintensität mit wachsender Feldstärke an ein Maximum, an die sogen. Sättigung bei den stärksten uns zur Verfügung stehenden Feldern.

3. kann man als charakteristisch für die ferromagnetischen Substanzen annehmen die Eigenschaften der Hysterese, also Remanenz und Koerzitivkraft, welche bei den von uns als paramagnetisch bezeichneten Körpern bisher noch nicht mit Sicherheit nachgewiesen sind.

Es muß vorläufig dahingestellt bleiben, ob nicht kontinuierliche Übergänge zwischen den stärkst paramagnetischen und den schwächst ferromagnetischen Substanzen in Zukunft sich ergeben werden, — Übergänge in bezug auf einzelne oder alle 3 vorgenannten Eigenschaften, und ob diese 3 Eigenschaften stets miteinander verknüpft auftreten oder nicht.

1. Paramagnetische Legierungen mit einer oder mehreren ferromagnetischen Komponenten.

Es ist schon seit langem bekannt, daß der Ferromagnetismus von Legierungen keineswegs eine additive Eigenschaft der Komponenten ist. Dies kann so weit gehen, daß Legierungen ferromagnetischer Komponenten nur noch paramagnetisch sind. In dieser Hinsicht sind folgende Fälle besonders bemerkenswert:

Hopkinson fand, daß bei gewöhnlicher Temperatur eine Legierung von Eisen mit 24,5 Proz. Nickel (und 0,85 Proz. Mangan) in dem Zustand, wie sie vom Fabrikanten kommt, eine Suszeptibilität von etwa 0,03 hat. (Proc. Roy. Soc. **47,** 23—24, Dez. 1889; Elektrotechn. Ztschr. **10,** 434, 1889.)

Die „magnetische Umwandlungstemperatur", d. h. die obere Temperaturgrenze des Ferromagnetismus liegt für reines Eisen bei etwa $+770^0$. Für Hopkinsons Nickeleisen liegt diese Grenze aber bei -20^0, insofern als eine Abkühlung auf -20^0 den Ferromagnetismus wieder auftreten läßt. Wieder auftretend bleibt er dann beim Erwärmen bestehen bis zu einer Temperatur von 580^0. Beim Wiederabkühlen tritt er dann aber auch wieder erst bei -20^0 auf.

Ferner ist besonders bemerkenswert Hadfields Manganstahl mit einem Gehalt von 12 Proz. Mangan (und 1 Proz. C). Seine Suszeptibilität beträgt ebenfalls nur etwa 0,03. Diese Legierung erlangt erst beim Eintauchen in flüssige Luft Ferromagnetismus wieder. (R. L. Wills, Phil. Mag. (5) **50,** 1—37.) Von ihren Komponenten ist Mangan durch die Untersuchungen von W. Gebhardt (Inaug.-Diss. Marburg 1909) als nicht ferromagnetisch wenigstens in bezug auf die Größenordnung der Magnetisierbarkeit sicher nachgewiesen. Daß in der Tat der Ferromagnetismus des Eisens bei gewöhnlicher Temperatur gerade durch den Zusatz von Mangan herabgedrückt

1) Verfaßt zufolge Aufforderung des Komitees für den internationalen Kongreß für Radiologie und Elektrizität zu Brüssel, September 1910.

wird, geht daraus hervor, daß der 4 prozentige harte Manganstahl nur noch $^1/_4$ der Magnetisierbarkeit gewöhnlichen Stahls besitzt, der 8 prozentige nur noch $^1/_{20}$ und der 12 prozentige fast gar keine mehr. Ähnlich wie bei Hopkinsons Nickelstahl würde auch hier wieder eine Erniedrigung der magnetischen Umwandlungstemperatur die Ursache des Verschwindens des Ferromagnetismus bei gewöhnlicher Temperatur sein. (Osmond, C. R. **128,** 1385, 1899; Nat. Rdsch. **14,** 408, 1899.)

Für eine Reihe von Nickellegierungen mit und ohne Eisen ist nachgewiesen, daß durch geringe Zusätze, z. B. von Chrom, Mangan oder Kobalt, der magnetische Umwandlungspunkt so schnell herabgedrückt wird, daß sie bei gewöhnlicher Temperatur nur noch paramagnetisch sind. (L. Dumas, C. R. **129,** 42—45, 1899; C. R. **130,** 1311—1314, 1900; Nat. Rdsch. **14,** 511, 1899.)

Nach Reichardt sollen Kobaltlegierungen mit Kupfer noch bis zu 1,5 Proz. herunter ferromagnetisch sein und ihr Magnetismus erst bei heller Rotglut verschwinden. (Ann. d. Phys. **6,** 855, 1901.) Die Legierungen von Nickel und Kupfer findet auch Reichardt bei gewöhnlicher Temperatur nicht (ferro-)magnetisierbar.

Nach allem Gesagten scheint die Auffassung zulässig zu sein, daß die Herabsetzung des Ferromagnetismus durch Zusatz gewisser anderer Substanzen auf einer Erniedrigung der magnetischen Umwandlungstemperatur beruht, in gewissen Fällen bis unter die gewöhnliche Temperatur oder sogar bis unter die Temperatur der flüssigen Luft. Für diese Auffassung sprechen insbesondere auch die Bestätigungen der van't Hoffschen Formel für solche Umwandlungspunkte durch ihn selbst beim Zusatz von Kohlenstoff zum Eisen. (Rapp. prés. au congrès internat. de physique **2,** 332, Paris 1900.) Analoge Bestätigungen haben geliefert unter anderen Ch. E. Guillaume, Journ. de Phys. (3), **7,** 262—274, 1898, für den Zusatz von Chrom zu den oben erwähnten Eisen-Nickel-Legierungen; ferner (auf Vorschlag von E. Warburg) Bruce Hill für Zusätze von Kupfer und Zinn zu Nickel. (Verh. d. D. phys. Ges. **4,** 194—203, 1902; Nat. Rdsch. **17,** 498, 1902.)

Wie überhaupt nach der van't Hoffschen Regel ein Umwandlungspunkt durch Zusätze auch erhöht werden kann, so hat sich auch Erhöhung des magnetischen Umwandlungspunktes durch Zusätze in gewissen anderen Fällen gefunden. Osmond hat nachgewiesen, daß durch Zusätze von Chrom, Wolfram, Arsen und auch von Silizium, Phosphor und Schwefel die magnetische Umwandlungstemperatur des reinen Eisens erhöht wird. (C. R. **110,** 242—245, 1890; C. R. **110,** 346—348, 1890; Nat. Rdsch. **4,** 205, 1889; Nat. Rdsch. **5,** 229, 1890.) Dieser Nachweis bezieht sich aber nur auf die allotrope, magnetische Umwandlung bei fallender Temperatur. Für die meisten dieser Umwandlungen existiert eine Temperaturhysterese entsprechend Überkühlung bzw. Überhitzung.

2. Ferromagnetische Legierungen paramagnetischer Komponenten.

Zwar waren schon früher einige Fälle bekannt, in denen Zusätze jederlei magnetischer Beschaffenheit zu ferromagnetischen Metallen, deren Ferromagnetismus ungeändert ließen oder sogar erhöhten. Z. B. fand Lampadius (Schweig. Journ. **10,** 174, 1814), daß Zusätze des paramagnetischen Platins oder des diamagnetischen Goldes den Ferromagnetismus von Nickel nicht herabsetzten. Etwa 5 Proz. Nickelzusatz verändert nicht die Magnetisierbarkeit von Stahlguß (E. Schmidt, Die magnetische Untersuchung des Eisens und anderer Metalle, Halle a. S., W. Knapp 1900.) Elektrolytisch niedergeschlagenes 4,7 prozentiges Nickel-Eisen hat eine größere Magnetisierbarkeit als reines Eisen. (W. Leick, Wied. Ann. **58,** 714 und **59,** 750, 1897.)

Im Jahre 1898 fand Fr. Heusler, welcher schon im Jahre 1894 infolge einer zufälligen Beobachtung eine Legierung von Mangan und Zinn als stark magnetisierbar erkannt hatte, daß 30 prozentiges Mangan-Kupfer durch Zusatz von Zinn eine ferromagnetische Legierung bildet. Weiterhin hat Heusler dann gefunden, daß ebenfalls die Metalle der Arsengruppe, das diamagnetische Wismut nicht ausgeschlossen, mit Mangan bzw. Mangan-Kupfer ferromagnetische Legierungen ergeben. Auch Mangan-Bor erwies sich als ferromagnetisch. Den stärksten Ferromagnetismus ergaben gewisse Aluminium-Mangan-Kupfer-Legierungen und zwar mit einem Sättigungswert von ca. $^3/_4$ des Gußeisens. (Verh. d. D. phys. Ges. **5,** (1901), 219, 1903.) Die Aluminium-Mangan-Kupfer-Legierungen sind eingehend und zuerst im Physikalischen Institut der Universität Marburg unter Leitung von Fr. Heusler und F. Richarz untersucht worden. Über die Resultate ist näheres zu finden in den Publikationen von diesen, sowie besonders von W. Starck und E. Haupt und von E. Take in den Sitzungsberichten und Schriften der Naturforschenden Gesellschaft zu Marburg 1904—1905, Marburg bei Elwert. Siehe auch: Ztschr. f. ang. Chem. 1904, 260; Nat. Rdsch. **21,** 69, 1906; **22,** 209, 1907; **23,** 249, 1908; Verh. d. D. phys. Ges. **7,** 133, 1905; Ann. d. Phys. **20,** 849, 1906. Diese im Mar-

burger Institut gemachten Beobachtungen sind „zum Teil ohne oder mit nicht genügender Erwähnung von deren Priorität" bestätigt bzw. erweitert worden durch Arbeiten der Herren Austin (Verh. d. D. Phys. Ges. **6,** 211, 1904); Gumlich (Ann. d. Phys. **16,** 535—550, 1905); Wedekind (Ztschr. f. Elektrochemie **11,** 850, 1905; Ztschr. f. phys. Chem. **66,** 614, 1909; Ber. d. Deutsch. chem. Ges. **28,** 1228); Hadfield (R. A. Chem. News **90,** 180, 1904); Fleming (Fleming und Hadfield, Proc. of the Royal Soc. **76 A,** 271, 1905) und Roß (Edinb. Proc. **27,** 88—92, 1907).

Von größter Wichtigkeit war, daß durch diese Untersuchungen Heusler die Notwendigkeit einer Alterung für seine Legierungen erkannte, wenn diese das Maximum ihres Ferromagnetismus erlangen sollten. Diese Alterung besteht darin, daß die Legierungen nach ihrer Herstellung längere Zeit hindurch auf eine bestimmte erhöhte Temperatur gebracht werden müssen. Die hierfür günstigsten Temperaturen sind mindestens 30° niedriger als die magnetische Umwandlungstemperatur, wie bis vor kurzem uneingeschränkt angenommen wurde. Diese Verhältnisse sind indessen erst durch die neuesten Untersuchungen von E. Take (Verh. d. D. phys. Ges. **12,** 1059—1084, 1910) völlig aufgeklärt worden.

Die magnetischen Umwandlungstemperaturen liegen bei den verschiedenen Heuslerschen Legierungen verschieden von ca. 350° an abwärts. Wie Take nachgewiesen hat, steigt der Umwandlungspunkt bei wiederholtem Erwärmen und Wiederabkühlen; bei gewissen Legierungen wird er dann schließlich nahezu konstant. Einige Blei enthaltende Bronzen (ungefähr 6 Proz. Blei, 16 Proz. Mangan und 8 Proz. Aluminium) haben einen Umwandlungspunkt von nur 60—70°. Für Bronzen mit 11,6 Proz. Mangan und 25 Proz. Aluminium war der Umwandlungspunkt bis zu + 5° herabgedrückt. Außer den Aluminium-Mangan-Bronzen wurden im Marburger Institut noch näher untersucht magnetische Mangan-Zinn-Legierungen von E. Haupt und H. Faßbender (Verh. d. D. phys. Ges. **10,** 256, 1908). Letzterer untersuchte auch eingehender Mangan-Antimon-Legierungen, Take außer allen vorgenannten auch noch Wismut-Mangan-Bronzen. Robert S. Williams untersuchte die magnetischen Eigenschaften von Manganlegierungen mit Zinn und Antimon (Ztschr. f. anorg. Chem. **55,** 1, 1907). E. Wedekind untersuchte dieselben sowie Mangan-Boride, Phosphide und Arsenide (l. c. und Verh. d. D. phys. Ges. **7,** 412, 1906; Chem. Ber. **40,** 1259, 1907). Bezüglich der Priorität Heuslers und der Marburger Arbeiten vgl. Fr. Heusler, Wallach-Festschrift 467, Göttingen 1909.

Höchst eigentümlich sind die hysteretischen Eigenschaften der Heuslerschen Legierungen. Die erste darauf bezügliche Beobachtung war bereits von W. Starck gemacht worden, daß nämlich eine Legierung, welche eine bestimmte thermische Vorbehandlung erfahren hatte, nahezu hysteresefrei war. Die genaueren Untersuchungen wurden von P. Asteroth angestellt (Marburger Inaug.-Diss. 1907; Verh. d. D. phys. Ges. **10,** 21, 1908). Sie betrafen relativ kupferreiche Legierungen mit 16,9 Proz. Mangan und ca. 9 Proz. Aluminium, über deren Eigenschaften, insbesondere auch ihre Schmiedbarkeit, Heusler vorläufige Mitteilungen in den Marburger Sitzungsberichten vom November 1905 gemacht hat. Sowohl geschmiedet, als auch nur gegossen zeigen diese Legierungen, deren magnetischer Umwandlungspunkt bei etwa 220° liegt, folgendes Verhalten: Bis auf etwa 20—30° oberhalb des magnetischen Umwandlungspunktes erhitzt, in kaltem Wasser oder besser nach Takes Vorschlag in kaltem Quecksilber abgeschreckt, dann bei 140° gealtert, ist die Hysterese relativ gering. Bei nochmaligem Erwärmen bis über den Umwandlungspunkt und langsamem Abkühlen zeigen die Proben um so größere Hysterese, je langsamer die Abkühlung stattfand. Die geschmiedete Legierung zeigte durchweg kleinere Hysterese als die nur gegossene. Nach dem Abschrecken zeigte die Schmiedeprobe nur eine verschwindend geringe Hysterese. Bei Wiederholen der Prozeduren läßt sich die Schmiedeprobe immer wieder fast genau reversibel in denjenigen magnetischen Zustand versetzen, der für die betreffende thermische Vorbehandlung charakteristisch ist. Auch in bezug auf Remanenz und Koerzitivkraft hat die neueste Takesche Arbeit weitere Klarstellung der Verhältnisse ergeben.

Von der Hysterese ist wohl zu unterscheiden die temporäre magnetische Nachwirkung (vgl. hierzu: F. Richarz, Marb. Sitzungsber. 179, 1908). Daß Heuslersche Legierungen die letztere sehr stark zeigen, ging schon aus Beobachtungen von E. Haupt hervor. Von ihm unabhängig hat E. Gumlich diese Nachwirkungserscheinungen genauer beobachtet.

3. Erklärung der Magnetisierbarkeit der Heuslerschen Legierungen.

Schon Fr. Heusler selbst hat sogleich bei seiner Entdeckung die Existenz magnetisierbarer chemischer Verbindungen in seinen Legierungen angenommen und diese Ansicht publiziert.

In den Aluminium-Mangan-Kupfer-Legierungen hat Heusler auf Grund der ersten Untersuchungen von W. Starck und Haupt angenommen, daß es sich um Lösungen der magnetisierbaren Verbindung *Mn-Al* in Kupfer handeln **könne**. Daß dies bei jenen Untersuchungen sich so verhielt, war jedoch ein Zufall. Die weiteren Untersuchungen an kupferreicheren Legierungen von Preußer (Marb. Inaug.-Diss. 1908, siehe auch: Studien über magnetisierbare Manganlegierungen von Fr. Heusler und F. Richarz, 10. Mitteilung, Ztschr. f. anorg. Chem. **61**, 265, 1909) führten aber Heusler zu der weiteren Annahme, daß die Magnetisierbarkeit geknüpft sei an Verbindungen von der Formel $[Al\text{-}M_3]_x$, in welcher Formel die Metallatome M teils Kupferatome, teils Manganatome sein können (beide in isomorpher Mischung). Derartige Verbindungen würden in den magnetisierbaren Bronzen nebeneinander existieren. Diese Anschauung knüpfte an an die von Terreil (Bull. soc. chim. (2) **21**, 289, 1874) zuerst hergestellte Verbindung $AlMn_3$ und an die mehrfach, zuletzt von Gwyer (Ztschr. f. anorg. Chem. **57**, 114), in Tammanns Laboratorium nachgewiesene Verbindung $Al\text{-}Cu_3$. Dazu kommt der ebenda gelieferte Nachweis einer Reihe von Mischkristallen von Mangan und Kupfer durch R. Lehmann (Ztschr. f. anorg. Chem. **57**, 20), sowie durch S. F. Shemtshushny, Urasow und Rykowski (Ztschr. f. anorg. Chem. **57**, 253). Auf die in den anderen Mangan-Legierungen vorhandenen magnetisierbaren Verbindungen einzugehen, würde zu weit führen. Übrigens sind die anderen alle schwächer magnetisierbar und meist auch noch nicht so eingehend untersucht, daß die Zusammensetzung der betreffenden magnetisierbaren Verbindung einwandfrei festgestellt wäre.

Der Prozeß der Alterung würde sich folgendermaßen in die Heuslerschen Anschauungen einfügen lassen. Nach der Herstellung der Legierungen oder auch nach erneutem Erhitzen bis über die Umwandlungstemperatur und Wiederabkühlen sind diejenigen Moleküle oder Molekülaggregate, welche Träger der magnetischen Eigenschaften sind, noch nicht in der Legierung vorhanden; letztere ist dann nur als Gemenge, sei es von Atomen oder von unmagnetischen Molekülen, zu betrachten. Erst durch das Altern tritt Bildung der ferromagnetischen Molekeln oder polymeren Modifikationen von Molekeln ein, die aber durch Temperaturen höher als die Umwandlungstemperatur auch wieder zerstört (dissoziiert) werden können. Aus den neuesten Untersuchungen von Take geht hervor, daß die Alterung auch noch eine zweite Strukturumwandlung hervorruft, auf die wir später noch zurückkommen werden, der zufolge die Koerzitivkraft zunimmt.

Mit der Anschauung Heuslers, daß der Magnetismus an bestimmte Verbindungen geknüpft sei, stimmt in ihrem Wesen überein, die kürzlich von Tammann in bezug auf andere geäußerte, daß der Magnetismus an bestimmte Kristallbildungen geknüpft sei. Denn die Bildung bestimmter Kristalle in Legierungen entspricht natürlich der Existenz einer bestimmten Verbindung. Heusler hat in der Tat als selbstverständlich immer nur kristallisierbare Verbindungen im Sinne gehabt, wie z. B. aus der Stelle Ztschr. f. anorg. Chem. **61**, 278, 1909 hervorgeht. Dort ist von den isomorphen Verbindungen $(Al\text{-}M_3)_x$, in denen M isomorph Mangan oder Kupfer sein kann, ausdrücklich die Rede. Der amorphe Zustand wäre in der Tat für die Vorstellung nicht zu vereinigen mit der dauernden Richtung der Molekularmagnete, wie sie jede Theorie der Magnetisierung annehmen muß. Denn der amorphe Zustand ist ja ein flüssiger, nur mit großer innerer Reibung. Die Molekularbewegung wird also auch im amorphen Zustand mit einer fortschreitenden Veränderung der Molekel-Schwerpunkte und einem Durcheinanderwälzen der Molekeln verbunden sein. Nur der wahre feste Zustand, also der von Kristallen, erteilt den Molekeln stabile Gleichgewichtslagen. Die Wärmebewegung besteht bei ihm nur in Oszillationen um diese stabile Gleichgewichtslage. Eine dauernde Richtung der Molekularmagnete ist bei solcher Konstitution unschwer vorstellbar, nicht aber bei der amorphen, die der flüssigen wesensgleich ist.

Wir wiederholen folgende wichtige Schlußfolgerung Heuslers:

Da das Manganatom im metallischen Mangan und in vielen anderen Verbindungen keinen Ferromagnetismus aufweist, ist der Ferromagnetismus des Manganatoms keine diesem an und für sich zukommende Eigenschaft. Vielmehr wird diese Eigenschaft erst in bestimmten chemischen Verbindungen des Manganatoms entwickelt.

Es fragt sich nun weiter, ob man für dieses Verhalten des Manganatoms in magnetischer Beziehung eine Erklärung zu geben imstande ist. In bezug auf die Ampèreschen Molekularströme nahm F. Richarz an (Sitzungsber. d. Niederrhein. Ges. **47**, 113, 1890; 4. Dez. 1893; Münchn. Sitzungsber. **24**, 3, 1894; Wied. Ann. **52**, 410, 1894; Nat. Rdsch. **9**, 276, 1894), daß dieselben bestünden in Helmholtzschen elektrischen Elementarquanten, die innerhalb der Atome sich in kreisförmigen Bahnen bewegen. Diese Zirkulation der Elementarquanten

im Atom nahm F. Richarz als bereits vor der Einwirkung des äußeren magnetisierenden Feldes existierend an. (Ähnliche Anschauungen sind später auch von Langevin und Pierre Weiß ausgesprochen worden.) Die Bahnebenen der zirkulierenden Elektronen besitzen dann aber noch im Sinne der Wilhelm Weberschen Theorie alle möglichen Richtungen. Beim Hineinbringen in ein magnetisches Feld werden die Bahnebenen unter Überwindung quasielastischer intraatomarer Kräfte mehr oder weniger gerichtet. Ich habe damals schon auf Grund dieser Annahme berechnet, daß bei Parallelrichtung sämtlicher Bahnebenen für die magnetische Sättigung sich Werte der maximalen Magnetisierung berechnen lassen, die mit denjenigen, welche erfahrungsgemäß bei Eisen, Kobalt und Nickel gefunden werden, der Größenordnung nach übereinstimmen.

Durch die unter meiner Leitung ausgeführten Dissertationen über die Heuslerschen Legierungen, insbesondere diejenigen von Herrn Paul Asteroth und Werner Gebhardt, veranlaßt, habe ich weiter mir über den Unterschied von paramagnetischen und ferromagnetischen Substanzen Rechenschaft zu geben versucht und habe die darüber möglichen Anschauungen in den genannten Dissertationen veröffentlicht. In beiden Fällen muß die ursprüngliche Existenz zirkulierender Elektronen angenommen werden. Man kann aber entweder annehmen, daß in den ferromagnetischen Substanzen solche Elektronen in größerer Anzahl oder mit größerer Geschwindigkeit oder in weiteren Bahnen rotierend vorhanden sind als bei den paramagnetischen Substanzen; oder man kann annehmen, daß die Richtbarkeit der Bahnebenen bei den ferromagnetischen Substanzen größer ist als bei den paramagnetischen. Bei beiden Anschauungen wird also jedenfalls für den ferromagnetischen Zustand eine freiere Beweglichkeit von gewissen Elektronen angenommen, sei es durch freiere Rotation, sei es durch freiere Richtbarkeit der Bahnebenen, oder eine Vermehrung der Anzahl dieser freier beweglichen Elektronen.

Allgemein würden also Atome, welche zirkulierende Elektronen besitzen, wenigstens befähigt sein, der betreffenden Substanz Paramagnetismus oder gegebenenfalls auch Ferromagnetismus zu erteilen[1]). In welchem Grade letzteres der Fall ist, hängt weiter noch von folgendem ab: Entsprechend der Richtung der Wilhelm Weberschen Molekularmagnete würde die Parallelrichtung der Bahnebenen der Elektronen die Magnetisierbarkeit bedingen. Die Bahnebenen der zirkulierenden Elementarquanten in dem betreffenden Atom können aber mehr oder weniger frei richtbar sein.

In bezug auf die Heuslerschen Legierungen hat Richarz daher angenommen, daß im Manganatom die Zirkulation gewisser Elektronen oder die Richtbarkeit der zirkulierenden Elektronen für gewöhnlich durch benachbarte elektrisch entgegengesetzte Elementarquanten oder auch auf andere Weise behindert sein können. Ganz aufgehoben wären sie auch dann nicht, so daß paramagnetisches Verhalten vom Mangan allgemein gezeigt wird. In den Heuslerschen Legierungen aber würde jene Behinderung durch die vorhandenen Verbindungen des Manganatoms mit Aluminium- oder Kupferatomen beseitigt werden. Die dann auftretende bedeutend freiere Zirkulation gewisser Elektronen oder Richtbarkeit ihrer Bahnebenen würde zu den ferromagnetischen Eigenschaften führen.

Die Hysterese kann erklärt werden dadurch, daß man annimmt, die Richtung der W. Weberschen Molekularmagnete (zirkulierenden Elektronen), die im allgemeinen sowohl als Richtung der rotierenden Elektronen in der Molekel als auch mit der Molekel stattfinden kann, geschehe nur unter Überwindung eines reibungsähnlichen, d. h. irreversiblen, Wärme erzeugenden, molekularen Widerstandes. Wie man sich diesen vorstellen kann, bleibe zunächst

1) Bei meiner eben erwähnten Berechnung der Sättigungswerte der Magnetisierbarkeit, wie ich sie bereits im Jahre 1893 ausgeführt habe, ist nicht berücksichtigt die Wärmebewegung, welche notwendigerweise und wie auch bereits seit langem angenommen, der Richtung der Molekularmagnete entgegenwirkt. Bei der freien Beweglichkeit der Molekeln, wie sie für die Wärmebewegung in Gasen und Flüssigkeiten anzunehmen ist, wird bei ein und derselben äußeren magnetischen Feldstärke dadurch allerdings der Wert der bei ihr erreichten Magnetisierung um eine Größenordnung herabgesetzt. Bei derjenigen Vorstellung dagegen, die wir uns von der Wärmebewegung in festen Körpern machen müssen, ist diese Herabsetzung eine geringere, denn die Wärmebewegung in festen Körpern hat man sich vorzustellen als unregelmäßige Oszillationen um eine Lage stabilen Gleichgewichtes. Dabei wird man sich zu denken haben, daß im allgemeinen vor allem der Schwerpunkt der Molekel diese oszillatorische Bewegung ausführt. Durch diese Bewegung allein genommen würde überhaupt noch keine Beeinträchtigung der Richtung der Molekularmagnete hervorgerufen werden. Vielmehr würde sogar andererseits bei Kristallstruktur bereits die durch die Molekularkräfte hervorgerufene gegenseitige Orientierung der Molekeln auch eine Parallelrichtung der Molekularmagnete hervorbringen. Dazu kommt aber allerdings noch eine andere Bewegung der einzelnen Molekeln, die in einer oszillatorischen Rotation um Achsen bestehen kann, die durch den Schwerpunkt der Molekel hindurchgehen. Diese letztere Art der Wärmebewegung würde in der Tat einen desorientierenden Einfluß auf die Richtung der Molekularmagnete ausüben. Dieser Einfluß wird indessen nur gering sein, und die Werte der Magnetisierbarkeit, welche ohne ihre Berücksichtigung berechnet werden, können durch diesen Einfluß nur unerheblich herabgesetzt werden.

dahingestellt. Die Heuslerschen Legierungen, über ihren Umwandlungspunkt hinaus erhitzt, dann abgekühlt und gealtert, befinden sich je nach der Schnelligkeit des Abkühlens in verschiedenem Zustand bezüglich ihrer hysteretischen Eigenschaften. Zur Erklärung dieser Verschiedenheiten knüpft Richarz an die Anschauung an, daß je nach den speziellen Verhältnissen bei der Abkühlung mehr oder weniger komplizierte Molekularaggregate gebildet werden. Kühle ich sehr schnell ab, d. h. schrecke ich die über den magnetischen Umwandlungspunkt erhitzte Legierung in kaltem Wasser oder Quecksilber ab, so kann man annehmen, daß jetzt die Molekeln nicht die Zeit haben, zu komplizierteren Aggregaten zusammenzutreten, wie sie es bei langsamem Erkalten tun würden. Daß diese Abhängigkeit von der Erkaltungsgeschwindigkeit besteht, ist auch sonst bekannt; z. B. gehen manche Schmelzflüsse bei schnellem Abkühlen in den amorphen Zustand über, während sie nach langsamem Abkühlen eine kristalline Struktur erhalten. Der letztere Zustand ist aber gegenüber dem ersteren derjenige mit den komplizierteren Molekularaggregaten. Die Bildung komplizierterer Aggregate beim langsamen Abkühlen wird Molekeln hervorrufen, die nur mit größerer „Reibung" den magnetischen Kräften folgen, also stärkere Hysterese aufweisen. Die nach dem Abschrecken existierenden einfacheren Molekeln werden mit geringerer oder gar keiner „Reibung" den Feldkräften folgen.

Der Zustand der abgeschreckten und darnach in zweckmäßiger Weise gealterten Legierungen ist demjenigen vollkommen elastischer Körper vergleichbar; der Zustand der langsam abgekühlten um so mehr den unvollkommen elastischen Körpern, je langsamer die Abkühlung war. Hieraus ist auch verständlich, daß die geschmiedeten Legierungen in magnetischer Beziehung „vollkommener elastisch" sind als die nach dem Guß nicht geschmiedeten. Durch das Schmieden wird der mit unregelmäßigen Spannungen und Lagerungszuständen behaftete Guß durchknetet und molekular gleichmäßiger gemacht.

Die Bildung solcher komplizierterer Molekularaggregate nimmt Take auch zur Erklärung der zweiten, beim Altern auftretenden, von ihm neuerdings gefundenen Strukturumwandlung an.

Auch darüber, wie man sich den reibungsähnlichen Vorgang denken könnte, der die Ursache der Hysterese ist, sollen wenigstens einige Worte gesagt werden, die im Zusammenhange mit dem Vorhergehenden stehen. Man kann sich die Molekularmagnete bei ihrer Richtung nur ruckweise nachgebend denken; der zurückgebliebene Zustand bei Feldverstärkung vor einem solchen Ruck bedeutet dann Hysterese. Findet das ruckweise Nachgeben statt, so wird dabei potentielle magnetische Energie in kinetische Molekularenergie verwandelt; letzteres aber bedeutet irreversible Temperaturerhöhung. Auch hier sieht man wieder, daß komplizierterer Bau der Molekeln diese „reibungsähnlich wirkenden" Rucke begünstigen wird. Eine bestimmtere, anschaulichere Vorstellung über das Zustandekommen dieser Rucke würde man nach I. A. Ewing, Magnetische Induktion (deutsch bei Oldenbourg, München 1892, 280 ff.) gewinnen. Nach seiner Anschauung würde ein solcher Ruck dem Umschlagen beim Passieren einer (richtig bezeichnet) stabil-labilen Gleichgewichtslage entsprechen. (Vgl. F. Richarz, Ann. d. Phys. **8**, 352, 1902.)

Durch die Hypothese der komplizierteren Molekularaggregate würden also die von Heusler und Asteroth gefundenen merkwürdigen hysteretischen Eigenschaften der kupferreichen Aluminium-Mangan-Bronzen ihre Erklärung finden.

4. Beziehung zu anderen physikalischen Eigenschaften.

E. Take hat nachgewiesen, daß mit den magnetischen Umwandlungen der Heuslerschen Legierungen Volumenänderungen und zwar stets Kontraktionen bei steigender Temperatur verknüpft sind. Gemessen wurden diese dilatometrisch durch die Längenänderungen von Stäben. Durch die Längenänderungen konnte Take auch noch bei höheren Temperaturen an dem unmagnetischen Material andere irreversible Umwandlungspunkte konstatieren. Diese führten zu dauernden Kontraktionen oder Dilatationen. Ihre Größe betrug in einem Falle 5 Proz. des ursprünglichen Volumens.

Guthe und Austin, Bull. of Stand. **2**, 297, 1906, untersuchten die Magnetostriktion Heuslerscher Bronzen. Sie fanden Dilatation. Hatte sich ein Stab in einem starken Feld ausgedehnt, so fand weiterhin bei konstant bleibendem Feld eine fortwährende geringe Zusammenziehung statt. Ein derartiges Verhalten der Magnetostriktion tritt weder bei Eisen, Nickel noch Kobalt auf. Auch I. C. Mc. Lennan hat die Magnetostriktion beobachtet (Physik. Rev. **24**, 248, 1907). H. Zahn und H. Schmidt (Verh. d. D. phys. Ges. **9**, 98, 1906) haben festgestellt, daß der Halleffekt und der thermomagnetische Effekt an zwei Heuslerschen Proben in verhältnismäßig hohem Maße auftreten, obwohl die Bestandteile der Legierungen diese Effekte nur sehr schwach erkennen ließen.

Es hat sich weiter ein Zusammenhang der magnetischen Verschiedenheiten ein und der-

selben Heuslerschen Manganbronze in ihren verschiedenen Zuständen mit ihrer spezifischen Wärme ergeben. In Anknüpfung an seine Theorie des Gesetzes von Dulong-Petit hatte Richarz vermutet, daß die Zustände, bei denen das Vorhandensein von komplexen Molekularaggregaten von ihm angenommen wurde, mit einer Herabsetzung der spezifischen Wärme verbunden seien; denn die Bildung von Molekularkomplexen entspricht der Herabsetzung der molekularen Bewegungsfreiheit und damit auch einer Verminderung der spezifischen Wärme. Diese Vermutung hat Ernst Dippel bestätigt gefunden (Marb. Inaug.-Diss. 1910). Er fand höhere spezifische Wärme bei einer Heusler-Asterothschen Bronze in abgeschrecktem Zustand, in dem die Hysterese klein war. Er fand kleinere spezifische Wärme bei derselben Bronze nach langsamer Abkühlung, in welchem Zustand die Hysterese groß ist.

Nach den oben auseinandergesetzten theoretischen Vorstellungen über das Zustandekommen des Ferromagnetismus gewisser Metalllegierungen würde der ferromagnetische Zustand einer freieren Beweglichkeit von gewissen Elektronen entsprechen, die ja durch diese freiere Beweglichkeit die Rotationsfähigkeit oder die freiere Richtbarkeit ihrer kreisförmigen Bahnen erlangen sollen. Nach den Elektronentheorien der Metalle von Riecke und Drude hängt die elektrische Leitfähigkeit der Metalle von Beweglichkeit und Zahl der freien Elektronen ab und F. Richarz hat schon früher in Anknüpfung an die Marburger Inauguraldissertation von O. Richter 1908 (siehe auch F. Richarz, Anfangsgründe der Maxwellschen Theorie verknüpft mit der Elektronentheorie, Teubner, Leipzig 1909, 83) folgende Anschauung über das Verhalten der Leitungselektronen in Metallen ausgesprochen: Da die Leitungselektronen nur einen ganz untergeordneten Einfluß auf die spezifische Wärme haben, muß man sich wohl vorstellen, daß sie nicht vollkommen frei beweglich zwischen den ponderablen Atomen umherschwirren. Statt dessen kann man sich vorstellen, daß die Leitungselektronen im allgemeinen um die ponderablen Atome herum, oder um stabile Gleichgewichtslagen in ihnen, Zentralbewegungen ausführen, und daß sie hin und wieder sich von dem ponderablen Atome freimachen; nach kurzer Zeit würden sie sich dann aber wieder an ein anderes ponderables Atom anschließen. Bei dieser Vorstellung könnte man vermuten, daß die erleichterte Beweglichkeit der zirkulierenden Elementarquanten, welche als Ursache des Ferromagnetismus angenommen wurde, auch eine erhöhte Leitfähigkeit zur Folge haben könnte. Jedoch würden diese zirkulierenden Elektronen nur einen Teil der Gesamtzahl der Leitungselektronen ausmachen, so daß also der Einfluß einer erhöhten Magnetisierbarkeit nur in abgeschwächtem Verhältnis auch eine Erhöhung der Leitfähigkeit zur Folge haben würde. Ferner ist nur dann ein merkliches Hervortreten dieses Einflusses auf die Leitfähigkeit zu erwarten, wenn andere kräftigere Einflüsse sich nicht geltend machen. Letztere Bedingung wird erfüllt sein, wenn man ein und dieselbe Substanz im ferromagnetischen und nichtferromagnetischen Zustand vergleicht. Die Heuslerschen Legierungen in ihrem je nach der thermischen Vorbehandlung ganz schwach oder stark ferromagnetischen Zustande werden die Erkennung des Einflusses der Magnetisierbarkeit allein auf andere physikalische, insbesondere auch die eben erwähnten elektrischen Eigenschaften ermöglichen.

Entsprechend wäre auch ein Einfluß der erhöhten Magnetisierbarkeit auf das thermoelektrische Verhalten zu vermuten. Dieser Einfluß würde bei Temperaturerhöhung ein Überströmen von negativen Elektronen aus einer magnetisierbareren Modifikation in eine weniger magnetisierbare hinein zur Folge haben, also einen thermoelektrischen Strom an der heißeren Stelle von der weniger zur stärker magnetisierbaren.

Zur Prüfung dieser Vermutungen würden sich die bereits mehrfach erwähnten Heusler-Asterothschen Legierungen ganz besonders eignen, da sie mit besonderer Sicherheit sich durch thermische Behandlung in den stärker oder weniger stark magnetisierbaren Zustand versetzen lassen. Hierauf hat F. Richarz bereits in der Sitzung der Marburger Naturf. Ges. vom 5. August 1908 aufmerksam gemacht (Sitz.-Ber. vom 9. Dez. 1908). Siehe auch Ztschr. f. anorg. Chem. **61**, 265, insbesondere 271, 1909. An beiden Stellen ist auch bereits erwähnt, daß derartige Versuche von F. A. Schulze im Marburger Institut in Angriff genommen waren.

Über die Resultate dieser Versuche hat F. A. Schulze vorläufig berichtet in der Sitzung der Marburger Gesellschaft vom 4. August 1910 (Sitz.-Ber. 71; auch Verh. d. D. phys. Ges. 822, 1910 und diese Ztschr. **11**, 1004, 1910). Diese Versuche haben ergeben, daß in der Tat die elektrische Leitfähigkeit solcher Manganbronzen im gealterten stark magnetisierbaren Zustande bis etwa auf das $1^1/_2$ fache steigen kann gegenüber demjenigen Werte, welchen die Leitfähigkeit im ungealterten schwach magnetisierbaren Zustande hat. Für das thermoelektrische Verhalten hat sich für Temperaturen oberhalb etwa 200° ergeben, daß, von einigen Ausnahmen

abgesehen, der Strom an der heißeren Kontaktstelle wie erwartet von der schwach magnetisierbaren, ungealterten Probe zu der gealterten, stark magnetisierbaren fließt. In bezug auf die Stärke der thermoelektrischen Kraft ist in den meisten Fällen ein Parallelgehen mit dem Stärkerwerden der Magnetisierbarkeit zu konstatieren.

Die Stellen der Maximalwerte werden jedoch bei fortschreitender Alterung für die Thermokraft früher erreicht als für die Magnetisierbarkeit. Dazu ist zu bemerken, daß allgemein die Folgerungen der Elektronentheorie für die Thermokraft nur schlecht bestätigt werden, es kommen zuweilen große Widersprüche vor zwischen Theorie und Erfahrung.

Über die Komplikationen im einzelnen gibt die demnächst erscheinende ausführliche Publikation von F. A. Schulze Auskunft.

Somit haben die entwickelten Vorstellungen über das Zustandekommen des Ferromagnetismus insbesondere der Legierungen sich zum mindesten als fruchtbares heuristisches Prinzip erwiesen. (Eingegangen 27. Januar 1911.)

Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie. Einfluß der Bodenbeschaffenheit auf gerichtete und ungerichtete Wellenzüge.

Von A. Sommerfeld.

Die Mitteilung berichtet über eine Arbeit des Verf. (Ann. d. Phys. **28**) und ergänzt dieselbe in verschiedenen Punkten. 1. Gültigkeitsbereich der Theorie des vollkommenen Leiters. Für kleine Entfernungen stimmt, wie früher gezeigt, das Feld bei vollkommener Leitfähigkeit des Erdbodens mit demjenigen überein, das sich mit Rücksicht auf die endliche Leitfähigkeit ergibt. Läßt man eine Abweichung von 10 Proz. zu, so kann man den Gültigkeitsbereich der Vollkommenen-Leiter-Theorie bestimmen als diejenige Entfernung, innerhalb deren die Abweichung < 10 Proz. ist. Während Verf. diesen Gültigkeitsbereich früher aus Amplitude und Phase berechnet hatte, machte ihn M. Abraham darauf aufmerksam, daß der Gültigkeitsbereich sich erweitert, wenn man dabei nur die für die Praxis wesentlichere Amplitude betrachtet. In diesem Sinne berechnet umfaßt der Gültigkeitsbereich der Vollkommenen-Leiter-Theorie für Seewasser und lange Wellen ($\lambda = 2$ km) zwei Erdquadranten (die Erde immer als eben angesehen); in diesem Falle reicht also jene Theorie für alle praktisch vorkommenden Entfernungen aus. Bei $\lambda = 1/3$ km wird aber auch nach der Amplitude gerechnet der Gültigkeitsbereich für Seewasser nur 500 km; für andere Bodenbeschaffenheit fällt er auch bei langen Wellen erheblich kleiner aus (von der Ordnung weniger Wellenlängen). Die früheren Angaben des Verf. bleiben also auch bei dieser Berechnungsweise zu recht bestehen, außer für den besonders wichtigen Fall von langen Wellen über See. 2. Einfluß der Dielektrizitätskonstante des Erdbodens auf die Ausbreitung. Während die Abnahme der Wellenwirkung mit der Entfernung früher nur für Fälle untersucht und graphisch dargestellt war, in denen die Dielektrizitätskonstante neben der Leitfähigkeit vernachlässigt werden konnte, wird diese Abnahme jetzt auch mit Rücksicht auf die Dielektrizitätskonstante bestimmt (Süßwasser). Es zeigt sich eine Aufstauung der Intensität in der Nähe des Senders durch Kapazitätswirkung, derart, daß die Abnahme für kleine Entfernungen sogar langsamer erfolgt, wie bei vollkommener Leitfähigkeit, um dann bei größeren Entfernungen um so schneller zu werden. 3. Einfluß der Wellenlänge auf die Ausbreitung. Entsprechend der früher entwickelten Theorie wächst die „numerische Entfernung" und nimmt daher die Reichweite ab mit abnehmender Wellenlänge; die Reichweite wird dabei bezogen auf die Einheit der emittierten Energie und gemessen gedacht mit einem idealen Empfänger, der genau proportional der auffallenden Energie anspricht. Daraufhin müßte sich der Einfluß der endlichen Leitfähigkeit auch bei Seewasser schon in Entfernungen von 1000 km stark bemerklich machen, wenn man kleine Wellenlängen (z. B. $\lambda = 300$ m) anwendet. Es werden eine Reihe von Diagrammen gegeben, welche den verschieden starken Abfall der Intensität mit der Entfernung bei verschiedenen Wellenlängen veranschaulichen und es wird ein Vorschlag zum experimentellen Nachweis dieser Verhältnisse gemacht. 4. Gerichtete drahtlose Telegraphie mit dem geknickten Marconischen Sender. Die Methode des Verf. ist auf den Fall einer unsymmetrischen Emission mit horizontalem Antennenast von H. v. Hörschelmann übertragen worden. Hierbei zeigt sich, daß der Richtungseffekt nur bei mäßiger Leitfähigkeit des dem Sender benachbarten Bodens möglich ist, während er bei vollkommener Leitfähigkeit (Seewasser) verschwinden würde. Nur in jenem Falle können sich im Boden Erdströme (von vertikaler Richtung) ausbilden, welche auf die Ferne wie virtuelle Antennen wirken und durch ihre Interferenz den Richtungseffekt erzeugen.

Die Mitteilung ist in ausführlicherer Form in dem Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie erschienen.

(Eingegangen 26. November 1910.)

BESPRECHUNGEN.

Fr. Dingeldey, Sammlung von Aufgaben zur Anwendung der Differential- und Integralrechnung. Erster Teil: Aufgaben zur Anwendung der Differentialrechnung. gr. 8. IV u. 202 S. mit 99 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1910. In Lwd. geb. M. 6.—

Nachdem es heute wohl allgemein Brauch geworden ist, nicht nur den Übungsstoff für die Differential- und Integralrechnung den Anwendungen auf Physik und Technik zu entnehmen, sondern auch die grundlegenden akademischen Vorlesungen selbst durch physikalische und technische Beispiele zu beleben, fehlte ein Übungsbuch, welches diesen neueren, von verschiedenen Seiten nachdrücklich befürworteten Tendenzen des mathematischen Unterrichts vollständig entsprach. Diesem Mangel hilft das Buch von Herrn Dingeldey in erfreulichster Weise ab.

Die äußere Anlage der Dingeldeyschen Sammlung entspricht ungefähr derjenigen der bekannten Aufgabensammlung von Sohncke-Amstein. Ihren Inhalt und Entwicklungsgang charakterisieren wohl hinreichend die folgenden Stichwörter aus dem Inhaltsverzeichnis: Differentiation von Funktionen mit einer und mehreren Veränderlichen; Anwendung der Differentialrechnung auf die Geometrie (Tangenten, Normalen, Fußpunktskurven usw.); Unendliche Reihen; Wendepunkte und singuläre Punkte, Asymptoten einer Kurve; Maxima und Minima; Berührungen von Kurven und allgemeine Kurvendiskussion. An geeigneten Stellen hat der Herr Verfasser ganz knappe Aufzählungen der wichtigsten Definitionen und Sätze aus der Differentialrechnung eingefügt. Meistens folgt jeder Aufgabe eine vollständige, oder mindestens ausreichende Anleitung zur Auflösung.

Von der Sohnckeschen Sammlung unterscheidet sich aber die vorliegende noch dadurch, daß sie außer den geometrischen und rein analytischen Aufgaben eine große Anzahl interessanter und reizvoller Beispiele aus der Physik, Elektrotechnik, Maschinenlehre, Geodäsie usw. bringt. Hat so der angehende Mathematiker Gelegenheit, sich in der Analysis zu üben, so wird der Physiker und Techniker das Handwerkszeug gewinnen für die schwierigeren und subtileren Aufgaben, die später seiner harren.

Die Schwierigkeiten der Aufgaben sind dem Verständnis des Anfängers durchaus angepaßt, jedoch so, daß jede eine nützliche Lehre enthält. Besonders ist anzuerkennen, daß der Herr Verfasser stets den richtigen Ton getroffen hat in den Erklärungen der in den Aufgaben verwendeten Begriffe, welche den verschiedenartigsten Gebieten entlehnt sind. Er hat damit eine wirkliche Schwierigkeit überwunden, welche der ausgedehnten Heranziehung von angewandten Problemen im Unterricht so oft hinderlich im Weg steht.

Sowohl Lehrer wie Lernende können dem Herrn Verfasser nur dankbar sein für seine Arbeit — möchte sie von unseren Studenten zu ihrem Vorteil ausgenutzt werden.

Sommer.

Willy Wagner, Der Lichtbogen als Wechselstromerzeuger. Mit besonderer Berücksichtigung des Bogens zwischen Metallelektroden. 8. IV u. 119 S. mit 44 Textfiguren. Leipzig, S. Hirzel. 1910. Geheftet M. 3.60, geb. M. 4.50

Aus dem Simonschen Institut für angewandte Elektrizitätslehre in Göttingen sind in den letzten Jahren im Anschluß an die Simonschen Arbeiten mehrere Untersuchungen über Lichtbogenschwingungen hervorgegangen. Hierzu gehört auch die vorliegende Schrift. Der Verfasser beschreibt Versuche über den Lichtbogen mit Metallelektroden als Wechselstromerzeuger, und zwar bis zu Hertzschen Frequenzen. Wertvoll für den auf diesem Gebiete Arbeitenden dürfte auch das ausführliche kritische Referat der Simonschen Theorie und der von anderer Seite daran angeschlossenen Betrachtungen sein. Schließlich wird eine Erweiterung der vorliegenden Theorie gegeben, die dem Simonschen Parameter $S = F \cdot T$ (T die Lichtbogentemperatur, F die Kraterfläche) einer allgemeineren Diskussion unterzieht. Die Versuchsresultate werden im Einklang mit der Theorie stehend gefunden und sind von erheblichem technischen Interesse. — Das, was über das Spektrum des Bogens gesagt ist, wird vielleicht, ebenso wie verschiedene allgemeine physikalische Betrachtungen über die Vorgänge im Bogen selbst, auch das Interesse manches Lesers finden, der nicht speziell über elektrische Schwingungen arbeitet.

H. Hörig.

K. Baedeker, Die elektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern. (Leitung, Thermoelektrizität, galvanomagnetische Effekte, Optik.) (Sammlung „Die Wissenschaft". Heft 35.) 8. VIII und 146 S. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1911. M. 4.—, gebunden M. 4.80

Einem wirklich vorhandenen Bedürfnis entsprechend wird in dieser Monographie versucht, das vorliegende Tatsachenmaterial einheitlich darzustellen. Wenn auch auf so beschränktem Raume, wie ihn diese Sammlung vorschreibt, von einer erschöpfenden Darstellung keine Rede sein kann, so wird doch jeder, der auf diesem Gebiete arbeitet, die kleine Schrift mit Interesse lesen.

Nach einer, die theoretischen Gesichtspunkte skizzierenden Einleitung, in der namentlich die Bedeutung des Richardsoneffektes besonders gewürdigt wird, gibt der Verfasser im ersten Kapitel unter Referierung der diesbezüglichen Elektronentheorie eine Darstellung der Elektrizitätsleitung in Metallen, wobei er unter anderem den Ergebnissen neuerer Arbeiten bei tiefen Temperaturen und dem Verhalten der Legierungen die zeitgemäße Beachtung schenkt. Das folgende Kapitel wurde der Wärmeleitung und der Diskussion des Leitverhältnisses gewidmet. Sodann erweckt besonderes Interesse der Abschnitt über die thermoelektrischen Erscheinungen. Nach der üblichen Darstellung der thermoelektrischen Kräfte, die eine beachtenswerte Tabelle der betreffenden Koeffizienten enthält, findet man die grundlegenden Gesichtspunkte für die Legierungen referiert. In der die Wirkung des Druckes auf die thermoelektrische Kraft wiedergebenden Tabelle XII ist, entgegen der im Vorwort betonten Vollständigkeit der Zahlenangaben, die Zahl für die von mir bis 1400 kg cm^{-2} untersuchte Kalium-Natrium-Legierung trotz Zitierung der Arbeit nicht mit angegeben. —

Willkommen wird manchem Leser die Zusammenstellung neueren Zahlenmaterials sein, welche Baedeker beim Peltier- und Thomsoneffekt gibt. Die folgende Darstellung der thermodynamischen Behandlung der

Thermoelektrizität zeichnet sich durch Klarheit und zahlenmäßige Prüfung aus. Das anschließende elektronentheoretische Referat ist etwas kurz gehalten, von Interesse aber ist die weiterhin gegebene Anwendung Baedekers der namentlich von H. A. Wilson und Richardson ausgebildeten Vorstellung eines Elektronendampfdruckes auf die Berechnung eines Thermoelementes. Hierzu vergleiche man übrigens außer der Arbeit von Baedeker[1]) auch die von F. Krüger[2]). Das gut disponierte vierte Kapitel bringt die galvanomagnetischen und thermomagnetischen Erscheinungen, während der letzte, mehr als referierender Anhang gedachte Abschnitt die optischen Eigenschaften der metallischen Leiter zum Gegenstand hat. Kurven und Tabellen sind gut, dagegen hätte das Buch durch zahlreichere Literaturnachweise, namentlich bei den älteren, fundamentalen, Arbeiten sehr an Wert gewonnen, auch dürfte es sich bei späterer Neuauflage empfehlen, dem Sachverzeichnis durch gründliche Vervollständigung seinen jetzigen stark selektiven Charakter zu nehmen. H. Hörig.

1) Diese Zeitschr. 11, 809, 1910.
2) Diese Zeitschr. 11, 800, 1910.

Berichtigung.

In meiner Arbeit „Das Isolieren eines Ions usw." (diese Zeitschr. 11, 1097, 1910) sind die nachstehenden ziemlich irreführenden Druckfehler vorgekommen, da ich es versäumt habe, die Korrekturbogen durchzusehen. Es scheint mir zweckmäßig, darauf hinzuweisen, damit nicht bei etwaiger Wiedergabe der Tabellen diese Fehler weiter verbreitet werden.

1. In Tabelle 13, S. 1108, müssen alle Zahlen der fünften Spalte („Wahrscheinlicher Fehler") kleiner als 1 sein. Es muß also heißen:

0,5	statt	1,5
0,7	„	1,7
0,4	„	1,4
usw.		usw.

2. Ähnlich ist es in Tabelle 12, S. 1107. Hier sind nur die vier ersten und die vier letzten Zahlen der letzten Spalte („Wahrscheinlicher Fehler") richtig. Die übrigen müssen heißen:

0,5	statt	1,5
0,7	„	1,7
0,4	„	1,4
usw.		usw.

3. Auf S. 1101, Spalte 2, muß es heißen:

in Zeile 21 v. o.:	0,5 Proz.	statt	5 Proz.
„ „	24 v. o.:	$^1/_2$ „	„	1—2 „
„ „	26 v. o.:	0,5 „	„	5 „
„ „	28 v. o.:	0,4 „	„	4 „

4. Fig. 1 auf S. 1107 und Fig. 2 auf S. 1108 sind gegeneinander zu vertauschen.

5. Auf S. 1109, Spalte 1, Zeile 18 v. o. vorn ist zu setzen e statt e_1.

Universität Chicago, Ryerson Physical Laboratory.
R. A. Millikan.
(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

Tagesereignisse.

Jahrestabellen chemischer, physikalischer und technologischer Konstanten und Zahlenwerte. Durch den siebenten internationalen Kongreß für angewandte Chemie in London, Juni 1909, ist ein internationaler Ausschuß zur Herausgabe von Jahrestabellen chemischer, physikalischer und technologischer Konstanten und Zahlenwerte begründet worden, dessen Protektorat im Mai 1910 die internationale Assoziation der Akademien übernommen hat.

Die Jahrestabellen sollen alljährlich, beginnend mit 1911, erscheinen und eine nach Möglichkeit vollständige Sammlung aller im Vorjahre veröffentlichten zahlenmäßigen Messungsergebnisse bieten. Sie sollen damit für den in Wissenschaft und Technik arbeitenden Chemiker und Physiker eine Materialsammlung bringen, wie sie hinsichtlich des Inhalts, der Vollständigkeit und der Frühzeitigkeit des Erscheinens keines der vorhandenen Sammelwerke enthält, die ähnliche, aber nicht identische Ziele anstreben. Die nötigen Geldmittel sind durch Zuwendungen seitens einiger Regierungen, Akademien, Gesellschaften und privaten Förderern der Wissenschaft zur Verfügung gestellt worden, und das gleiche darf, neben den Einkünften, welche das Unternehmen selbst erhoffen läßt, für die Fortführung desselben in Zukunft erwartet werden.

Die Herausgeber bitten die deutschen Fachgenossen, das Unternehmen dadurch zu fördern, daß sie ein Exemplar derjenigen von ihnen verfaßten Abhandlungen zur Verfügung stellen, die nicht in periodisch erscheinenden Zeitschriften abgedruckt sind, also von Dissertationen, soweit deren wesentlicher Inhalt nicht anderweit publiziert wird, von Habilitationsschriften, von Beiträgen zu Festschriften, von Monographien experimentellen Inhalts und von ähnlichen Werken. Die Zusendung von solchen werden unter der Adresse: „Jahrestabellen, z. H. von Prof. Biltz, Clausthal im Harz" erbeten.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Hans Pringsheim für Chemie, an der Universität Wien Dr. Ebert für Astronomie.

Ernannt: Der Dozent P. J. Headwood zum Professor der Mathematik an der Universität Durham, der Privatdozent für Physikalische Chemie an der Universität Upsala Dr. Carl Benedicks zum ord. Professor der Physik an der Universität (Högskola) Stockholm, der Professor an der Universität Algier Dulac zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Lyon, der Professor für theoretische und angewandte Mathematik an der Universität Caën Husson zum ord. Professor der Differential- und Integralrechnung an der Universität Nancy, der Dozent für Differential- und Integralrechnung an der Universität Nancy Boutroux zum Professor an derselben Universität.

Berufen: Der a. o. Professor an der Universität Greifswald Dr. Theodor Vahlen zum ord. Professor der Mathematik daselbst, der a. o. Professor an der Universität Münster Dr. Alfred Thiel zum etatsmäßigen a. o. Professor für physikalische Chemie an der Universität Marburg.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Mathematik an der Universität Breslau Dr. Jakob Rosanes.

Gestorben: Der Astronom an der Sternwarte Paris Gustav Leveau, der ord. Honorarprofessor für Chemie an der Universität Heidelberg Dr. Julius Brühl, der Professor der Mathematik an der Ecole de physique et chimie zu Paris Rozé.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.